İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Modelleme Becerilerinin İncelenmesi[1]

Demet Deniz[2] & Levent Akgün[3]

Özet: Bu araştırmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme problemlerini çözme becerilerini incelemektir. Çalışmada nitel araştırma yöntemleri içerinde yer alan durum çalışması deseni kullanılmıştır. Çalışma "matematiksel modelleme" dersi kapsamında öğrenim gören ilköğretim matematik öğretmeni adayları ile yürütülmüştür ve katılımcıların belirlenmesinde gönüllülük esas alınmıştır. Bu çalışmada öğretmen adayları dörder kişilik gruplar halinde çalışmışlardır. Veri toplama araçları olarak literatürdeki matematiksel modelleme problemlerinden "Maksimum Hacimli Kutu", "Nasıl Depolayalım?" ve "Hangi Konutu Almalı?" problemleri kullanılmıştır. Elde edilen veriler betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerine adapte olamadıkları ve zorlandıkları görülmüştür. Verilen problemlerde öğretmen adaylarının modelleme sürecinin ilk basamaklarını doğru bir şekilde tamamlayamamalarının sonraki basamakları da olumsuz etkilediği görülmüştür. Verilen modelleme problemleri sırasıyla incelendiğinde, grupların son problemde modelleme basamaklarının kısmen takip edilme sayısının arttığı tespit edilmiştir. Matematiği günlük hayatla ilişkilendirmede önemli bir rolü olan matematiksel modelleme yönteminin daha iyi uygulanabilmesi ve öğretmen adaylarının eksiklerini giderebilmeleri için modelleme etkinliklerine öğretimin her kademesinde daha fazla yer verilmesi sağlanabilir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel modelleme, matematiksel modelleme becerisi, öğretmen adayları.

DOI: 10.29329/mjer.2018.147.16

Investigation of Prospective Secondary Mathematics Teachers' Mathematical Modellling Skills

Abstract: The aim of this study is to analyze mathematical modelling problem solving skills of prospective elementary math teachers. In this study case study design, which is one of the qualitative research methods was used. This study was conducted with prospective secondary mathematics teachers who took "mathematical modelling" class and participation was voluntary. In this study, the prospectvie teachers worked in groups of four. As the data collection tools, the problems of mathematical modelling in the literature such as "Maximum Volume Box", "How to store?" and "Which house to buy?" were used. The data obtained were analyzed through descriptive analysis method. As a result of the research, it was seen that prospective teachers cannot adapt to mathematical modeling problems and have difficulties. It was seen that prospective teachers could not complete the first steps of the modeling process correctly, which had a negative impact on the following steps. When the

---

[1] Bu çalışma 26. Uluslararası Eğitim Bilimleri Kongresi'nde sözlü bildiri olarak sunulmuştur (20-23 Nisan 2017, Antalya, Türkiye).

[2] Dr. Öğr. Üyesi, Muş Alparslan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Muş, Türkiye.

İrtibat Yazarı: demetdeniz227@gmail.com

[3] Dr. Öğr. Üyesi, Atatürk Üniversitesi, Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Erzurum, Türkiye.

modelling problems given respectively are assessed, it can be said that the number of being followed of the modelling steps of the groups increased in the last problem. In order to employ the mathematical modelling method which plays an important role in relating mathematics to daily life and to remove deficiencies of prospective teachers, modelling activities should be included more.

Keywords: Mathematical modelling, mathematical modelling skills, prospective teachers.

GİRİŞ

Günümüz eğitim sisteminde, sadece okuldaki başarının yetersiz kaldığı ve gerçek yaşamda başarılı öğrencilerin yetiştirilmesinin önemli olduğu bilinmektedir. Bu yüzden, öğrencilerin okuldaki matematik derslerinden edindikleri bilgileri gerçek hayatlarında anlamlı bir şekilde kullanmaları önem taşımaktadır (Tekin Dede ve Yılmaz, 2013). Dolayısıyla birçok ülkenin matematik öğretim programında matematiksel modelleme yaklaşımı üzerinde durulmaktadır (Baş, 2016). Günlük hayatlarında karşılaştıkları bir problemde matematiği kullanarak çözüm üretebilen öğrenciler, matematiğin günlük hayattaki uygulamalarını görebilirler ve matematiğe karşı olumlu tutum geliştirebilirler (Erbaş, Çetinkaya, Alacacı, Çakıroğlu, Aydoğan Yenmez, Şen Zeytun, Korkmaz, Kertil, Didiş, Baş ve Şahin, 2016).

Matematiksel modeller, bir problem durumunu matematiksel olarak ifade edebilmek için zihinde var olan veya oluşturulan denklem, fonksiyon, grafik ve matematiksel düşünme becerileri gibi yapılardır (Kertil, 2008). Matematiksel modeller, gerçek dünyadaki durumları veya matematiksel olmayan durumları matematiksel biçimler olarak yorumlamak için kullanılırlar (Mrayyan, 2016). Matematiksel modelleme ise gerçek yaşam durumlarının bir matematiksel problem haline getirilip çözülmesi ve çözümlerin gerçek hayat bağlamında tekrar ele alınmasıdır (Tekin Dede, 2017). Matematiksel modelleme sadece hesaplamalarla iş yapmaktan daha fazlasıdır çünkü modelleme sürecinde karmaşık sistemlerin anlaşılması, takımlar halinde çalışılması ve çeşitli disiplinlerden yararlanılarak paylaşılabilir araçlar geliştirmesi önemlidir (Chan, 2013).

Matematiksel modellemenin öğretilmesi, bir süreç olarak modelleme sürecinin tam olarak anlaşılmasını gerektirir (Anhalt ve Cortez, 2016). Literatürde birbirinden farklı modelleme süreçleri yer almaktadır. Örneğin; Mrayyan (2016) modelleme adımlarını; problemi tanıma, matematiksel model oluşturma, modeli çözme, modeli uygulayarak geçerliliğini doğrulama, sonuçları yorumlama ve en iyi durumu belirleme şeklinde belirtmiştir. Özer Keskin'e (2008) göre ise modelleme sürecinde gerçek hayat problemi anlaşılır, problemin çözülmesi için gerekli olan değişkenler belirlenir, matematiksel model oluşturulur, problemin çözümüne ulaşıldıktan sonra model yorumlanarak doğruluğu test edilir ve elde edilen çözüm gerçek hayata yorumlanır. Erbaş vd., (2016)'a göre modelleme sürecinde katı bir prosedürün takip edilmesi söz konusu değildir. Bu süreç lineer olmayan ve tekrarlı döngüler içeren bir süreçtir. Matematiksel modelleme süreçlerindeki farklılığa rağmen bütün matematiksel modelleme döngülerinde bireylerin modelleme yeterliği kazanması hedeflenmektedir (Duran, Doruk ve Kaplan, 2016). Maaß'ın (2004) yaptığı çalışmaya göre modelleme yetenekleri gerçek problemi anlayabilme ve gerçeğe dayalı model kurma, gerçek modelden matematiksel model oluşturma, matematiksel model yardımıyla matematiksel problem çözebilme, matematiksel sonuçları gerçek durumlarda yorumlayabilme ve çözümü doğrulayabilme şeklinde olup modelleme sürecinin uygun bir şekilde tamamlanmasına bağlıdır.

Literatürde modelleme sürecinin incelendiği birçok çalışma vardır. Tekin Dede ve Yılmaz (2012) çalışmalarında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının Yakıt Problemi'ne yönelik modelleme yeterliliklerini incelemişlerdir. Hıdıroğlu, Tekin Dede, Kula ve Bukova Güzel (2014) yaptıkları çalışmada matematiksel modelleme süreci çerçevesinde lise öğrencilerinin Kuyruklu Yıldız Problemi'ne ilişkin çözüm yaklaşımlarını incelemişlerdir. Duran vd. (2016) **çalışmalarında il**köğretim matematik öğretmeni adaylarının "Kaplumbağa Paradoksu" isimli modelleme problemindeki modelleme süreçlerini ortaya koymaya çalışmışlardır. Deniz (2017) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme türlerinden biri olan teorik modellemeye yönelik "Trafik Lambası" problemindeki çözüm süreçlerini modelleme basamaklarını dikkate alarak incelemiştir.

Literatürde birçok çalışma olsa bile modelleme süreçlerinin incelenmesi hangi basamaklarda eksiklikler olduğu ya da sorunlar yaşandığı konusunda bilgiler sunarak nasıl önlemler alınması gerektiği konusunda ışık tutulabilir. Öğretim programında matematiksel modellemeye yer verilse bile öğrencilerin modelleme becerilerini nasıl kazandıkları öğretmenlerinin kalitesine dayanır. Dolayısıyla, matematiksel modellemenin karmaşıklığının anlaşılması için öğretmen adaylarının modelleme sürecine hazırlanmaları gerekir (Park, 2017). Yani matematiksel modelleme yönteminin istenilen düzeyde uygulanması ve amacına ulaşabilmesi için bu yeterliklere sahip öğretmen adaylarının yetiştirilmesi oldukça önemlidir. Bu çalışmada matematiksel modelleme dersi alan ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının üç farklı matematiksel modelleme problemini çözme becerilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Böylelikle öğretmen adaylarının sadece bir problemdeki becerileri değil birden fazla problemdeki modelleme becerileri modelleme basamakları dikkate alınarak incelenmiştir.

YÖNTEM

Çalışmada, matematiksel modelleme problemlerine ilişkin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının çözümlerinin, matematiksel modelleme sürecinde yer alan basamaklar dikkate alınarak incelenmesi amaçlandığından, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Durum çalışması araştırmacıya zengin veri toplama imkânı sağlayan, "nasıl" ve "neden" sorularının incelendiği bir yöntemdir (Yin, 2002).

Katılımcılar

Çalışma "matematiksel modelleme" dersini alan ilköğretim matematik öğretmeni adayları ile yürütülmüştür ve katılımcıların belirlenmesinde kolay ulaşılabilir yöntem kullanılmıştır. Matematiksel modelleme çalışmaları için en uygun model grup çalışmasıdır (Antonius ve diğerleri, 2007; English, 2006; Galbraith ve Clatworthy, 1990), çünkü grup çalışmasında birlikte çalışılır, yardımlaşılır ve ürünleri paylaşılır (Zawojewski, Lesh, ve English, 2003). Bu çalışmada da öğretmen adayları gruplar halinde çalışmışlardır. Bu gruplar dörder kişilik olup grup isimleri G1, G2, …., G6 şeklinde kodlanarak öğretmen adaylarının isimlerine yer verilmemiştir İlk etkinliğe 24 öğretmen adayı katılmıştır ancak sonraki iki etkinlikte bir grup (dört kişi) etkinliklere katılamamıştır. Gruplar bireyleri üç etkinlik boyunca aynı olup aynı isimlerle kodlanmıştır.

Veri Toplama Araçları ve Verilerin Toplanması

Çalışmaya katılan öğretmen adaylarına bir dönem boyunca haftada üç saat olmak üzere matematiksel modelleme süreci anlatılmıştır. Veri toplama aracı olarak Ang (2001) tarafından hazırlanmış "Maksimum Hacimli Kutu" problemi ve Erbaş vd.'nin (2016) düzenledikleri "Hangi Konutu Almalı?" ve Erbaş vd.'nin (2016) Swetz ve Hartzler'in (1991) problemlerinden esinlendikleri "Nasıl Depolayalım?" problemlerine ilişkin adayların çözüm kağıtları kullanılmıştır. Etkinlikleri önce yaklaşık beşer dakika bireysel olarak çözmeye çalışan grup elemanları, daha sonra grupla birlikte yaklaşık 15 dakika çalışmıştır. Öğretmen adayları, elde ettikleri sonuçları tahtada paylaşmışlar ve farklı çözümleri tartışmışlardır.

Verilerin Analizi

Öğretmen adaylarının çözümleri modelleme adımları dikkate alınarak bir alan uzmanının da desteği alınarak betimsel analiz yöntemi ile analiz edilmiştir ve bir alan uzmanı ile de görüş birliğine varılarak çözümlerin analizi tamamlamıştır. Verilerin analizinde matematiksel modelleme basamakları Maaß'ın (2004) modelleme yeterlilikleri için bahsettiği *problemi anlama, değişkenleri seçme, matematiksel model oluşturma, matematiksel modeli çözme, matematiksel sonuçları gerçek durumlarda yorumlama* ve *çözümü doğrulama* şeklinde altı basamak olarak ele alınmıştır. Öğretmen adaylarının problemlerle ilgili davranışlarının matematiksel modelleme basamaklarına uygunluğu ise Hıdıroğlu vd.'nin (2014) Berry ve Houston'a (1995) dayandırılarak derledikleri dereceli puanlama anahtarı dikkate alınmıştır. Tablo 1'de verilen *hiç yaklaşım sergilememe, bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme* ve *uygun yaklaşım sergileme* şeklindeki dereceli puanlama anahtarı dikkate alınarak "Evet", "Hayır" ve "Kısmen" şeklinde belirlenip açıklamalarda bulunulmuştur.

Tablo 1. Matematiksel modelleme sürecine ilişkin dereceli puanlama anahtarı

Basamaklar	Hayır	Kısmen	Evet
Problemi anlama	Hiç anlamama ya da yanlış anlama.	Kısmen anlama ancak anlamlandırmada bazı hataları barındırma.	Problemi tam olarak anlamlandırma, verilen ve istenenleri belirleme.
Değişkenleri belirleme	Gerekli olan ve olmayan değişkenleri belirlememe, varsayımlarda bulunmama.	Model için gerekli olan ve olmayan değişkenleri kısmen belirleme, yeterli varsayımlarda bulunmama.	Model için gerekli olan ve olmayan değişkenleri belirleme, gerçekçi varsayımlarda bulunma.
Matematiksel model oluşturma	Matematiksel model/leri oluşturmama ya da yanlış oluşturma.	Matematiksel model/leri oluşturma ancak bunları ilişkilendirmeme.	Matematiksel model/leri doğru bir şekilde oluşturma, bunları ilişkilendirme.
Matematiksel modeli çözme	Modeli yanlış çözme ya da herhangi bir yaklaşım sergilememe.	Modeli kısmen çözme, bazı hatalar içerme ya da sonuca ulaşmama.	Modeli tam olarak çözme, matematiksel hatalar içermeme.
Matematiksel sonuçları gerçek durumlarda yorumlama	Çözümden matematiksel sonuçlar çıkarmama ya da yanlış sonuçlar çıkarma.	Çözümden matematiksel sonuçlar çıkarma ancak yeterli bir şekilde yorumlayamama.	Çözümden matematiksel sonuçlar çıkarma, bunları yorumlama ve gerçek yaşama uyarlama.
Çözümü doğrulama	Model/leri doğrulamama ya da yanlış doğrulama.	Model/leri kısmen doğrulama.	Model/lerin doğruluğunu test etme ve farklı durumlar için uygunluğunu gösterme.

BULGULAR

Bu bölümde, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme problemlerine ilişkin çözümlerinin modelleme basamaklarına göre analizinden elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

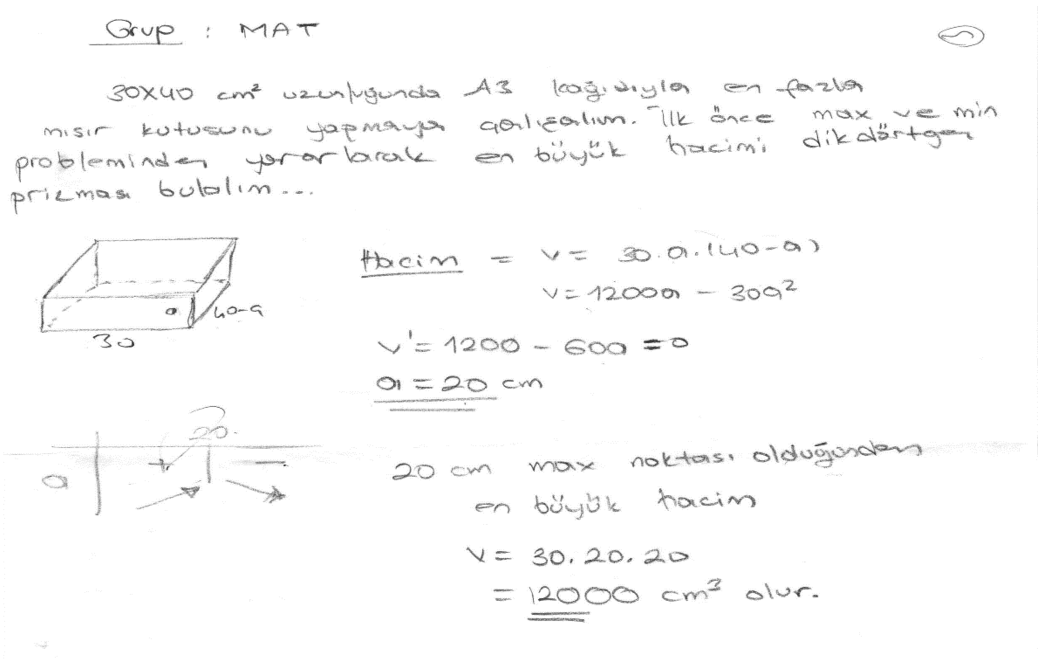
“Maksimum Hacimli Kutu” probleminde öğretmen adaylarından bir kenarı s olan karenin her bir köşesinden uzunluğu x olan kareler kesilerek en büyük hacimli üstü açık bir kutu oluşturmaları istenmiştir. Bu problemde öğretmen adayları altı grup halinde çalışmışlardır. Tablo 2’den görüldüğü gibi bu problemi anlama, değişken seçme ve model oluşturma basamaklarını kısmen yerine getirmelerine rağmen matematiksel problemi çözemeyen, elde ettikleri çözümleri gerçek hayata yorumlayamayan ve çözümlerini doğrulayamayan gruplar vardır. Diğer gruplar ise problemi anlayamadıkları için modellemenin hiçbir basamağını tam olarak takip edememişlerdir.

Tablo 2. "Maksimum Hacimli Kutu" problemine ilişkin beceriler

Modelleme Basamakları	Evet	Hayır	Kısmen
Problemi anlama		G2, G4, G6	G1, G3 G5
Değişkenleri seçme		G2, G4, G5, G6	G1, G3
Matematiksel model oluşturma		G2, G4, G6	G1, G3, G5
Matematiksel modeli çözme		G1, G2, G3, G4, G5, G6	
Matematiksel sonuçları gerçek durumlarda yorumlama		G1, G2, G3, G4, G5, G6	
Çözümü doğrulama		G1, G2, G3, G4, G5, G6	

Tablo 2'e bakıldığında öğretmen adaylarının büyük kısmının modelleme basamaklarının tümünde eksikliklerinin olduğu görülmektedir. Bunun nedeni olarak modelleme basamaklarının ilki olan problemi anlamada zorlanmalarını söyleyebiliriz.

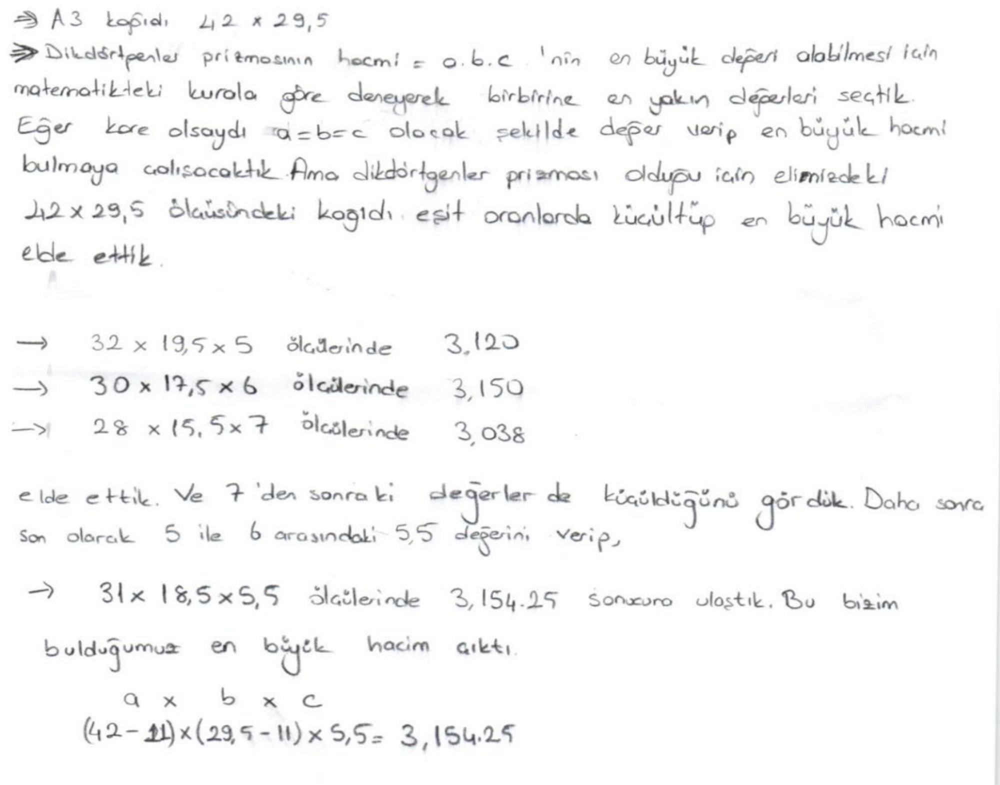
Şekil 1'de problemi anlama, değişken seçme ve model oluşturma basamaklarını kısmen yerine getirip, matematiksel problemi çözemeyen, sonuçlarını gerçek hayata yorumlayamayan ve çözümlerini doğrulayamayan G3'e ait bir çözüme yer verilmiştir:



Şekil 1. G3'ün Maksimum Hacimli Kutu" problemine ilişkin çözümü

Bu çözümünde G3 grubu, verilen problemde maksimum hacmi bulmanın türevle ilişkisini anlayabilmelerine rağmen, değişkenleri eksik seçtikleri (şekli çizerken kenar uzunluklarını tam olarak doğru bulamadıkları) ve modeli eksik oluşturdukları (değişkenler yanlış seçildiği için yetersiz bir model) tespit edilmiştir. Dolayısıyla, grubun bu basamaklardaki eksikliklerinin modelin çözümünün yanlış olmasına ve yanlış yorumlanmasına neden olduğu görülmektedir. Ayrıca bu gurubun çözümüne bakıldığında çözümün doğruluğunu göstermeye yönelik bir yaklaşımlarının olmadığı da görülmektedir.

Modellemenin tüm basamaklarında uygun yaklaşım sergileyemeyen G5'e ait çözüm Şekil 2'deki gibidir:



⇛ A3 kağıdı 42 x 29,5
⇛ Dikdörtgenler prizmasının hacmi = a.b.c 'nin en büyük değeri alabilmesi için matematikteki kurala göre deneyerek birbirine en yakın değerleri seçtik. Eğer kare olsaydı a=b=c olacak şekilde değer verip en büyük hacmi bulmaya çalışacaktık. Ama dikdörtgenler prizması olduğu için elimizdeki 42 x 29,5 ölçüsündeki kağıdı eşit oranlarda küçültüp en büyük hacmi elde ettik.

→ 32 x 19,5 x 5 ölçülerinde 3,120
→ 30 x 17,5 x 6 ölçülerinde 3,150
→ 28 x 15,5 x 7 ölçülerinde 3,038

elde ettik. Ve 7'den sonraki değerler de küçüldüğünü gördük. Daha sonra son olarak 5 ile 6 arasındaki 5,5 değerini verip,

→ 31 x 18,5 x 5,5 ölçülerinde 3,154.25 sonucuna ulaştık. Bu bizim bulduğumuz en büyük hacim çıktı.

a x b x c
(42 − 11) x (29,5 − 11) x 5,5 = 3,154.25

Şekil 2. G5'in Maksimum Hacimli Kutu" problemine ilişkin çözümü

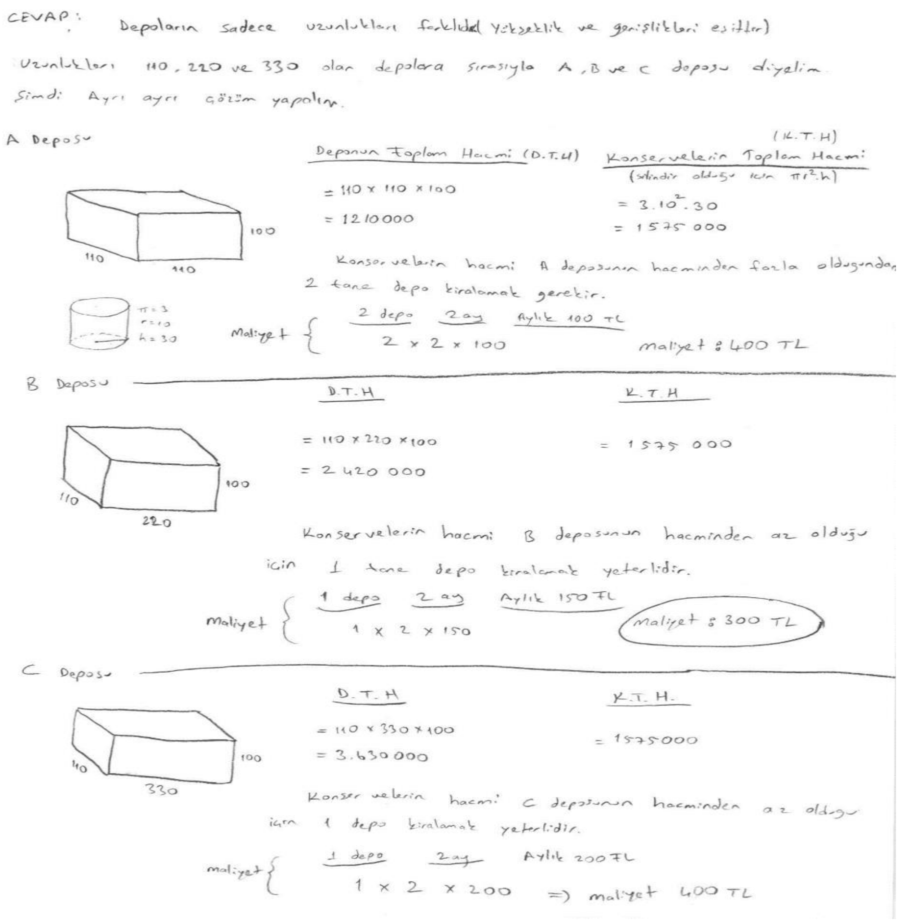
Şekil 2'deki G5 gurubuna ait çözüm incelendiğinde, problemi kısmen anlamadığı ve anlamlandırmada bazı hataları barındırdığı görülmektedir. Burada G5 üstü açık bir kutu oluşturamamış, değişken seçmek yerine sayılar kullanmış, matematiksel model olarak sadece hacim formülünü yazmıştır ancak bunun türevle ilişkisini kuramadığı ve değişkenleri seçmediği için yetersiz bir model kurmuştur. Oluşturduğu model maksimum hacmi vermeyeceği için yapmış olduğu çözüm de yanlıştır. Yapmış olduğu her bir kenarın uzunluklarını eşit oranda küçültüp maksimum hacmi bulma yorumu çözümden yanlış bir çıkarım yaptığı için doğru değildir. Çözümü doğrulamak için herhangi bir yaklaşım sergilediği görülmemiştir.

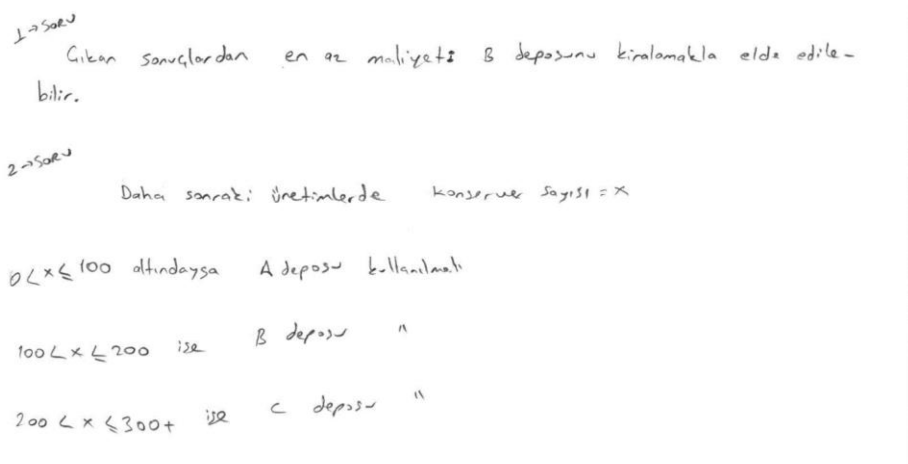
"Nasıl Depolayalım?" probleminde öğretmen adaylarından boyutları verilen silindir şeklindeki konserve kutularını farklı boyutları ve farklı kira ücretleri olan dikdörtgenler prizması şeklindeki depolara en uygun maliyetli olacak şekilde yerleştirmeleri istenmiştir. Bu etkinlik için beş grup oluşturulmuştur. Bu gruplardan dördü problemi tam olarak anlamıştır. Grupların hiçbiri çözümü doğrulayamamışlardır.

Tablo 3. "Nasıl Depolayalım?" problemine ilişkin beceriler

Modelleme Basamakları	Evet	Hayır	Kısmen
Problemi anlama	G1, G2, G3, G4,		G5
Değişkenleri seçme	G1, G2, G3		G4, G5
Matematiksel model oluşturma	G1, G3	G5	G2, G4
Matematiksel modeli çözme	G1, G3	G5	G2, G4
Matematiksel sonuçları gerçek durumlarda yorumlama	G1, G3	G5	G2, G4
Çözümü doğrulama		G1,G2,G3,G4, G5	

Tablo 3'ten de görüldüğü gibi grupların büyük çoğunluğu modelleme basamaklarını tam olarak gerçekleştirememişlerdir. Öğretmen adaylarının en çok model oluşturma ve modeli yorumlamada zorlandıkları görülmüştür. Aşağıda G3'e ait bir çözüme yer verilmiştir:

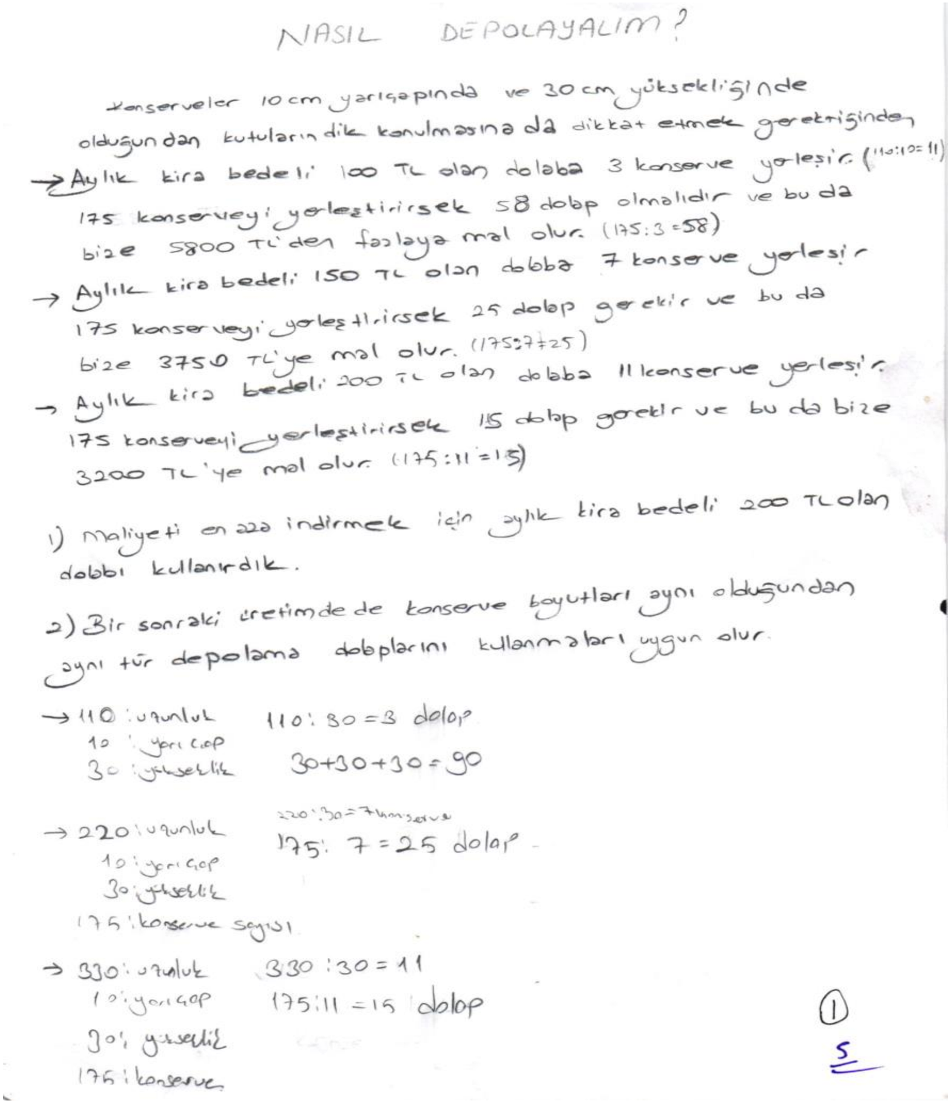




Şekil 3. G3'ün "Nasıl Depolayalım?" problemine ilişkin çözümü

G3'in Şekil 3'teki çözümüne bakıldığında problemi anlama, değişken seçme (deponun ve konserve kutularının kenarlarını doğru belirlemiş), modeli oluşturma, modeli çözme ve yorumlama basamaklarını uygun bir şekilde tamamladıkları, elde ettikleri çözümlerin doğruluğunu göstermede herhangi bir yaklaşım sergilemedikleri görülmüştür. G3, depoların hacmini ve konserve kutularının hacmini bulup kaç deponun gerektiğini ve kira maliyetini oluşturdukları modeli çözerek bulmuştur. Modeli yorumlama aşamasında hangi deponun kullanılması gerektiğini belirtmiş ve üretimler için de önerilerde bulunmuştur. Ancak oluşturduğu modelini doğrulamak için herhangi bir yaklaşım sergilememiştir.

Aşağıda problemi kısmen anlayan ve değişkenleri kısmen seçen G5'in çözümüne yer verilmiştir:


NASIL DEPOLAYALIM?

konserveler 10 cm yarıçapında ve 30 cm yüksekliğinde
olduğundan kutuların dik konulmasına da dikkat etmek gerektiğinden
→ Aylık kira bedeli 100 TL olan dolaba 3 konserve yerleşir (110:10=11)
175 konserveyi yerleştirirsek 58 dolap olmalıdır ve bu da
bize 5800 TL'den fazlaya mal olur. (175:3=58)
→ Aylık kira bedeli 150 TL olan dolaba 7 konserve yerleşir
175 konserveyi yerleştirirsek 25 dolap gerekir ve bu da
bize 3750 TL'ye mal olur. (175:7=25)
→ Aylık kira bedeli 200 TL olan dolaba 11 konserve yerleşir
175 konserveyi yerleştirirsek 15 dolap gerekir ve bu da bize
3200 TL'ye mal olur. (175:11=15)

1) Maliyeti en aza indirmek için aylık kira bedeli 200 TL olan
dolabı kullanırdık.

2) Bir sonraki üretimde de konserve boyutları aynı olduğundan
aynı tür depolama dolaplarını kullanmaları uygun olur.

→ 110: uzunluk 110:30=3 dolap
10: yarıçap 30+30+30=90
30: yükseklik

→ 220: uzunluk 220:30=7 konserve
175:7=25 dolap
10: yarıçap
30: yükseklik
175: konserve sayısı

→ 330: uzunluk 330:30=11
10: yarıçap 175:11=15 dolap
30: yükseklik
175: konserve

1
5

Şekil 4. G5'in "Nasıl Depolayalım?" problemine ilişkin çözümü

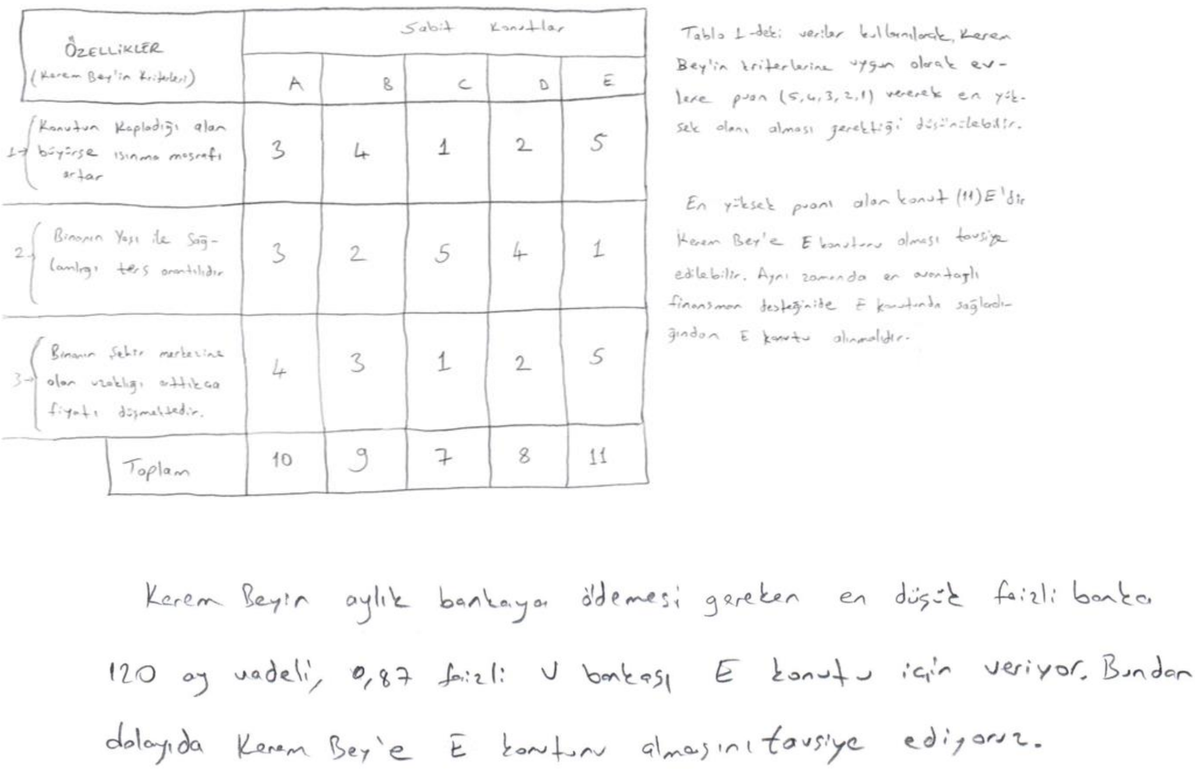
Şekil 4'ten de görüldüğü gibi G5 deponun uzunluğunu yarıçapa bölerek kaç dolap gerektiğini bulmaya çalışmıştır. G5 burada deponun içine konserve kutularını nasıl yerleştireceğini yeterince anlayamamıştır. Uzunluk, yarıçap ve yüksekliği belirtmesine rağmen silindir şeklindeki konserve kutularının hacmini ve deponun hacmini bulacak herhangi bir model geliştirememiş ve uygun bir çözüm yapamamıştır. G5'in yorumuna bakıldığında, yanlış sonuca vardığı için yanlış bir yorum yaptığı görülmektedir. Çözümün doğruluğunu göstermek için herhangi bir yaklaşımda bulunmadığı görülmektedir.

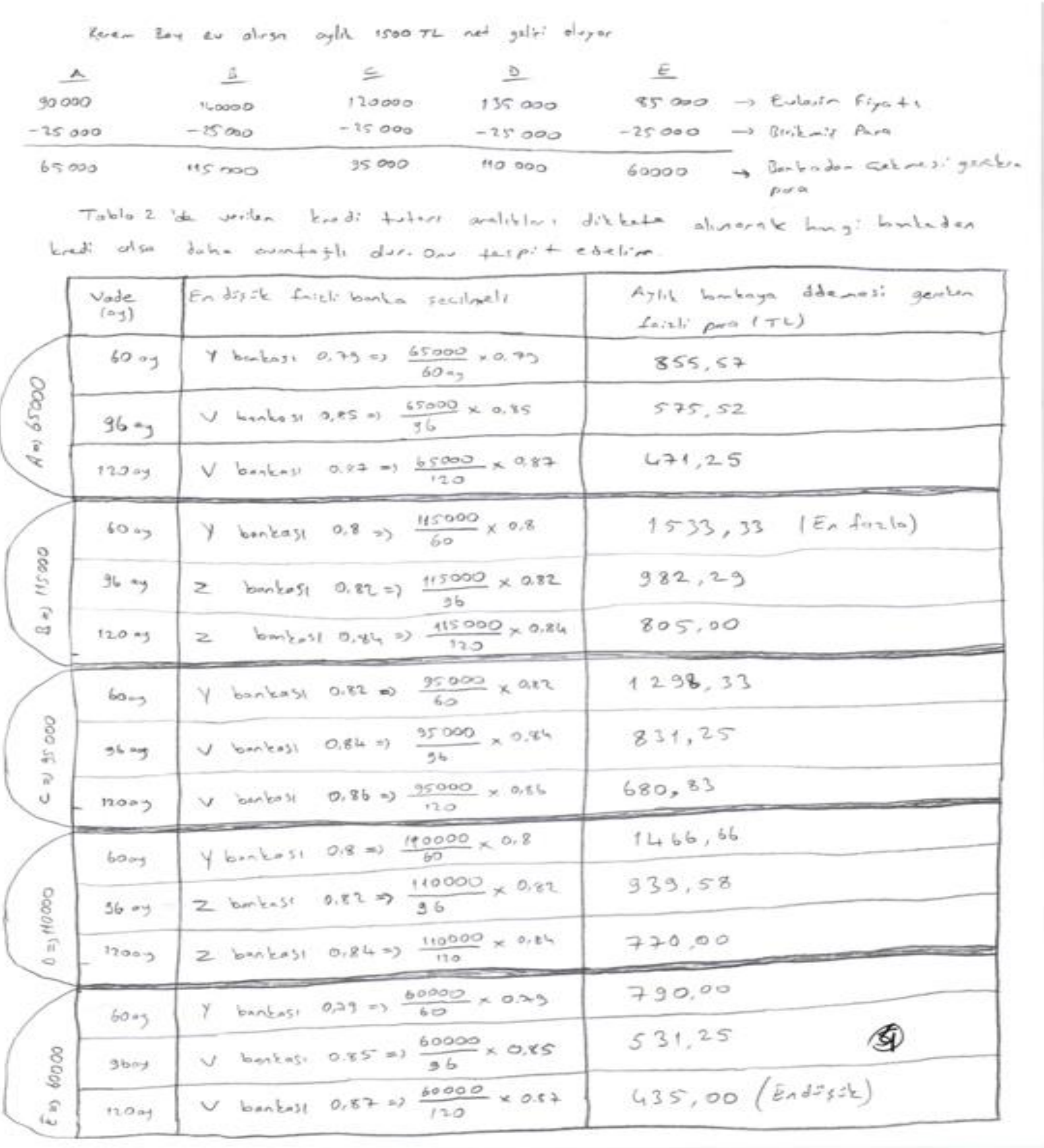
"Hangi Konutu Almalı?" probleminde öğretmen adaylarından belli bir aylık gelirin ve birikimin olması koşulu ile farklı özellikleri verilen evlerden hangisinin tercih edilmesinin ve farklı faiz oranları olan bankalardan hangisinden kredi çekilmesinin daha uygun olduğunu bulmaları istenmiştir. Bu etkinlik için yine beş grup oluşturulmuştur. Bu probleme ilişkin grupların modelleme basamaklarını tamamlamalarına yönelik bulgulara Tablo 4'de yer verilmiştir:

Tablo 4. "Hangi Konutu Almalı?" problemine ilişkin beceriler

Modelleme Basamakları	Evet	Hayır	Kısmen
Problemi anlama	G3		G1,G2, G4, G5
Değişkenleri seçme			G1, G2, G3, G4, G5
Matematiksel model oluşturma			G1, G2, G3, G4, G5
Matematiksel modeli çözme			G1, G2, G3, G4, G5
Matematiksel sonuçları gerçek durumlarda yorumlama			G1, G2, G3, G4, G5
Çözümü doğrulama		G1, G2, G3, G4, G5	

Tablo 4'e bakıldığında grupların çoğunlukla tüm basamakları kısmen doğru gerçekleştirdikleri görülmektedir. Şekil 5'te neredeyse tüm basamakları kısmen uygun bir şekilde tamamlayan G2'nin çözümüne yer verilmiştir:





Şekil 5. G3'ün "Hangi Konutu Almalı?" problemine ilişkin çözümü

Şekil 5'e bakıldığında G3'ün ilk olarak hangi konutun alınması gerektiğini bir tablo oluşturarak ve konutlara puanlar buldukları görülmektedir. Daha sonrasında her bir konut için gerekli olan kredi miktarı belirledikleri ve her banka için vadelerine göre faiz miktarlarından en düşük olan bankalar seçilip faiz hesabı yapmaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Ancak burada değişkenleri yetersiz seçtikleri görülmüştür. G3 matematiksel model olarak tablolar ve faiz formülünü oluşturmaya çalışmıştır. Konut belirlemek için oluşturduğu tablo doğru olsa bile faiz hesaplarken değişkenleri tam olarak doğru seçememiş ve doğru bir matematiksel model ortaya koyamamıştır (faizin hesaplanmasında ortaya koyduğu modelde değişken yok ve faiz hesabına uygun bir formül değil). Dolayısıyla model oluşturma basamağını kısmen tamamlamıştır. G3 oluşturduğu faiz modelini doğru bir şekilde çözse bile modeldeki hatalarından dolayı doğru bir çözüme ulaşamamıştır. Elde ettiği sonucu gerçek hayata yorumlamaya çalışmış ve en uygun konutun "E" konutu ve en uygun bankanın 120 ay vade ile "V" bankası olacağını belirtmiştir. Burada G3 bir sonuca ulaşmış ancak yeterli ya da doğru bir sonuca varamamıştır. Çünkü G3'ün önceki basamaklardaki eksiklikleri bankanın ve vade süresinin belirlenmesinde doğru bir yorum yapılmasını engellemiştir. Eğer doğru bir matematiksel model kurmuş olsa idi doğru bir yorum yapması muhtemeldi diyebiliriz. Bunların yanında Şekil 5 incelendiğinde G3'ün çözümünün doğruluğunu göstermek için herhangi bir işlem yapmadığı da görülmektedir.

SONUÇ ve TARTIŞMA

Bu çalışmada öğretmen adaylarının üç farklı matematiksel modelleme problemine ilişkin çözümleri, matematiksel modelleme süreci dikkate alınarak incelenmiştir. Öğretmen adayları matematiksel modelleme problemleri ile ilk defa modelleme dersi vasıtasıyla karşılaştıkları için sürece adapte olamadıkları ve modelleme problemleri çözümünde zorlandıkları görülmüştür. Sırasıyla verilen modelleme problemleri incelendiğinde, grupların son problemde modelleme basamaklarının kısmen takip edilme sayısının arttığını söyleyebiliriz. İlk etkinlik olan "Maksimum Hacim" probleminde gruplarının çoğunun modelleme basamaklarını takip edemedikleri görülürken son etkinlik olan "Hangi Konutu Almalı?" probleminde grupların çoğunun modelleme basamaklarını kısmen tamamladıkları tespit edilmiştir. Ayrıca verilen problemlerde öğretmen adaylarının modelleme sürecinin ilk basamaklarını doğru bir şekilde tamamlayamamalarının sonraki basamakları da olumsuz etkilediği görülmüştür. Duran vd. (2016) da çalışmalarında öğretmen adaylarının problemi anlamakta zorluk yaşadıklarını ve öğretmen adaylarının problemlerde zorlanmasının ilk defa böyle bir problemle karşılaşmış olmalarından ve problemin açık ve net olmamasından kaynaklandığını belirtmişlerdir. Problemi anlamamada yaşanan sıkıntılar diğer basamaklardaki yaklaşımları da olumsuz etkilemektedir (Hıdıroğlu vd., 2014). Bu çalışmada da görülmüştür ki problemi anlayamayan öğretmen adayları modellemenin diğer tüm basamaklarında sıkıntı yaşamışlardır. Öğretmen adaylarının problemi anlama ve verilen gerçek hayat durumlarını matematik diline dökebilmeleri için gerekli değişkenleri seçmekte oldukça zorlandıkları ve matematiksel model oluşturma basamağında uygun matematiksel modeli oluşturamadıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının son iki basamak olan matematiksel modelleri çözme ve yorumlama basamaklarında ise diğer basamaklara göre daha az başarılı oldukları görülmüştür. Elde edilen bu sonuç Çiltaş (2011); Deniz (2014); Deniz, (2017); Doruk vd. (2016); Hıdıroğlu vd., (2014); Tekin Dede ve Yılmaz (2013); Özer Keskin (2008); Özturan Sağırlı (2010) sonuçları ile paralellik göstermektedir.

Genel olarak bakıldığında öğretmen adaylarının günlük hayattan verilen bir örneği matematik diline aktarmada zorlandıkları görülmüştür. Matematiği günlük hayatla ilişkilendirmede önemli bir rolü olan matematiksel modelleme yönteminin daha iyi uygulanabilmesi ve öğretmen adaylarının eksiklerini giderebilmeleri için modelleme etkinliklerine öğretimin her kademesinde daha fazla yer verilmesi sağlanabilir. Matematik derslerinde sadece sayısal işlemlere değil matematiğin diğer disiplinler ve gerçek hayat ile olan ilişkisine de yer verilebilir. Bunun olabilmesi için ise matematiksel modellemeyi bilen uygulayabilen öğretmenlere ihtiyaç duyulmaktadır. Ancak Deniz ve Akgün'ün (2017) çalışmasından görülmüştür ki öğretmenler, belli bir süre hizmet verdikten sonra matematiksel modelleme etkinlikleri ile karşılaştıklarında bunu uygulamalarının zor olduğunu öne sürmüşlerdir. Bu açıdan bakıldığında öğretmen adayları matematiksel modelleme yöntemi ile öğretmen olmadan önce mutlaka karşı karşıya getirilmelidir ve tecrübe kazanmaları sağlanmalıdır.

KAYNAKÇA

Ang, K. C. (2001). Teaching mathematical modelling in Singapore schools. *The Mathematics Educator, 6*(1), 63-75.

Anhalt, C. O., & Cortez, R. (2016). Developing understanding of mathematical modeling in secondary teacher preparation. *Journal of Mathematics Teacher Education, 19*(6), 523-545.

Antonius, S., Haines, C., Jensen, T. H., Niss, M., and Burkhardt, H. (2007). Classroom activities and the teacher. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn and M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: 14 th ICMI Study* (pp. 295-308). New York: Springer.

Baş, S. (2016). İlkokul matematik dersi öğretim programlarının matematiksel modelleme bağlamında incelenmesi. M.F. Özmantar, A. Öztürk & E. Bay (Ed.), *Reform ve değişim bağlamında ilkokul matematik öğretim programları* (s. 425-454). Ankara: Pegem Akademi.

Chan, C. M. E. (2013). Students' Designing an Ideal Tourism Route as Mathematical Modelling. In G. A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum and J P. Brown (Eds.) *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 153-163). Springer Science & Business Media.

Çiltaş, A. (2011). *Dizi ve seriler konusunun matematiksel modelleme yoluyla öğretiminin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğrenme ve modelleme becerileri üzerine etkisi.* Yayınlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Deniz, D. (2014). *Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme yöntemine uygun etkinlik oluşturabilme ve uygulayabilme yeterlikleri*. Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Deniz, D. (2017, Mayıs). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının trafik lambası problemi'ne yönelik matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi*. 6th International Conference of Strategic Research in Social Science and Education, Prague - Czech Republic.

Deniz D., & Akgün, L. (2017). Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Modelleme Yöntemi ve Uygulamalarına Yönelik Görüşleri. *Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 5(1), 95-117.

Duran, M., Doruk, M., & Kaplan, A. (2016). Matematik Ögretmeni Adaylarinin Matematiksel Modelleme Süreçleri: Kaplumbaga Paradoksu Örnegi 1. *Cumhuriyet International Journal of Education, 5*(4), 55.

English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics, 63*(3), 303-323.

Erbaş, K. A., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Çakırğolu, E., Aydoğan Yenmez, A., Şen Zeytun, A., Korkmaz, H., Kertil, M., Didiş, M. G., Baş, S., & Şahin, Z. (2016). Lise matematik konuları için günlük hayattan modelleme soruları. Ankara: Türkiye Bilimler Akademisi.

Galbraith, P., and Clatworthy, N. J. (1990). Beyond standard models—meeting the challenge of modelling. *Educational Studies in Mathematics, 21*(2), 137-163.

Hıdıroğlu, Ç. N., Tekin Dede, A., Kula, S. & Bukova Güzel, E. (2014). Matematiksel modelleme süreci çerçevesinde öğrencilerin kuyruklu yıldız problemine ilişkin çözümleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *1*(31), 1-17.

Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Maaß, K. (2004). *Mathematisches modellieren im unterricht*. Hildesheim: Franzbecker.

Mrayyan, S. (2016). How to develop teachers' mathematical molding teaching skills, *Journal of Education and Practice*, *7*(12), 119-123.

Özer Keskin, Ö. (2008). Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yapabilme becerilerinin geliştirilmesi üzerine bir araştırma. Yayınlanmamış doktora tezi. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Özturan Sağırlı, M. (2010). *Türev konusunda matematiksel modelleme yönteminin ortaöğretim öğrencilerinin akademik başarıları ve öz-düzenleme becerilerine etkisi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Tekin Dede, A. (2017). Modelleme yeterlikleri ile sınıf düzeyi ve matematik başarısı arasındaki ilişkilerin incelenmesi. *İlköğretim Online*, *16*(3).

Tekin Dede, A., & Yılmaz, S. (2013). İlkoğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterliliklerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 4*(3), 185-206.

Park J.Y. (2017). A Commognitive Perspective on Pre-service Secondary Teachers' Content Knowledge in Mathematical Modelling. In G. A. Stillman , W. Blum, G. Kaiser (Eds). *Mathematical modelling and applications. ınternational perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling*(pp. 289-299). Springer, Cham.

Yin, R. K. (2002). *Case study research design and methods* (3. Baskı). London: Sage Publication.

Zawojewski, J. S., Lesh, R., and English, L. D. (2003). A models and modelling perspective on the role of small group learning. In R. A. Lesh and H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 337-358). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

EKLER

1) "Maximum Hacimli Kutu" problemi

Ang (2001)'den alınan problem aşağıdaki gibidir:

Bir kenarı s olan kare şeklindeki bir kartonun herbir köşesinden uzunluğu x olan kareler kesilerek üstü açık bir kutu yapılmak isteniyor. Kalan kısım katlanarak üstü açık bir kutu yapılıyor. En büyük hacimli kutuyu oluşturabilmek için köşelerden kesilen karelerin kenar uzunluğu (x) kaç olmalıdır?

2) "Nasıl Depolayalım?" problemi

Swetz ve Hartzler (1991)'den aktaran Erbaş vd. (2016)'den alınan problem aşağıdaki gibidir:

Konserve üretimi yapan bir firma, ürettiği silindir şeklindeki konserve kutularını saklamak için kısa süreli depoya ihtiyaç duymaktadır. Firma bunu mümkün olan en az maliyete yapmak istemektedir. Saklanmak istenen dik dairsel silindir şeklindeki konserve kutularının her biri 10 cm yarıçapında ve 30 cm yüksekliğindedir. Firma, 175 konserve kutusunu 2 ay süreyle depolamayı planlamaktadır. Firmanın depolama yapabileceği 3 farklı boyutta depolama dolabı mevcuttur. Her biri 100 cm yükseklikte olan bu depolama dolaplarının taban kenarlarının ölçülerine göre kiralama maliyetleri Tablo 5'te gösterilmektedir.

Tablo 5
Depoların boyutları ve aylık kira bedelleri

Genişlik (cm)	Uzunluk (cm)	Aylık Kira Bedeli (TL)
110	110	100
110	220	150
110	330	200

1. Siz firma sahibi olsaydınız maliyeti en aza indirmek için hangi depolama dolabını, hangi şekilde kullanırdınız?
2. Firma sonraki üretimlerde farklı sayılarda konserve kutularını depolamaya ihtiyaç duyabilir. Bunun için, firmanın hep aynı tür depolama dolaplarını kullanması uygun olur mu? Ne önerirsiniz?

Not: Kutularda depolarda dik konumda durması depoların güvenliği açısından önemlidir.

3) "Hangi Konutu Almalı?"

Erbaş vd. (2016)'den alınan bu problem aşağıdaki gibidir:

Aylık 2.700 TL net geliri ve kira hariç 1.200 TL sabit gideri olan Kerem Bey, kiracı olmaktan kurtulmak ve bir konut almak istiyor. Kerem bey ve ailesinin birikmiş 25.000 TL'si var. Kerem Bey, tanıdığı birkaç emlakçının portföyünden ve internet ilanlarından yararlanarak almayı düşündüğü daireleri belirleyerek bunların bilgilerini Tablo 6'daki gibi düzenlemiştir.

Tablo 6
Satılık konutlar ve özellikleri

Özellikler	Satılık Konutlar				
	A	B	C	D	E
Konut tipi	Daire	Müstakil ev	Daire	Müstakil ev	Yazlık
Kapladığı alan (m^2)	110	100	200	180	80
Oda sayısı	3+1	3+1	4+1	2+1	2+1

Binanın yaşı	8	12	1	6	15
Binadaki kat sayısı	5	2	6	1	2
Bulunduğu kat	1	Müstakil	6	1	Müstakil
Merkeze uzaklığı (km)	10	6	3	4	18
Isıtma	Kombi	Soba	Kombi	Soba	Kombi
Fiyat	90.000	140.000	120.000	135.000	85.00

Kerem Bey, konut alırken önemli olduğunu düşündüğü birkaç hususu da aşağıdaki gibi not etmiştir:

- Konutun kapladığı alan büyükse ısınma masrafı artar.
- Binanın yaşı sağlamlığı ile ters orantılıdır.
- Binanın şehir merkezine olan uzaklığı arttıkça fiyatı düşmektedir.

Kerem Bey biriktirdiği parayı peşinat olarak vermeyi, geriye kalan kısmı ise bankadan kredi alarak ödemeyi düşünmektedir. Kredi için 4 bankayla görüşerek, bu bankaların kredi ve faiz oranlarını içeren bir tablo da oluşturmuştur.

Tablo 7
Bankaların kredi faiz oranları

Kredi tutarı (TL)	Vade (Ay)	Bankalar ve Faiz Oranları (%)			
		V Bankası	X Bankası	Y Bankası	Z Bankası
60000-80000	60	0,84	0,95	0,79	0,82
60000-80000	96	0,85	1,05	1,07	0,86
60000-80000	120	0,87	1,05	1,15	0,92
80000-100000	60	0,83	0,96	0,82	0,86
80000-100000	96	0,84	1,06	0,89	0,88
80000-100000	120	0,86	1,07	0,91	0,94
100000-120000	60	0,82	0,97	0,8	0,81
100000-120000	96	0,83	1,07	0,84	0,82
100000-120000	120	0,85	1,09	0,85	0,84

Kerem Bey'in sizin yardımınıza ihtiyacı vardır. Onun hangi konutu tercih etmesi ve hangi finansman alternatifini ve vadesini seçmesi gerektiğini nedenleri ile açıklayan bir model geliştiriniz.

EXTENDED ABSTRACT

Mathematical modellilg is transforming real life situations into a mathematical problem, solving it and dealing with it again within real lİfe context (Tekin Dede, 2017). Mathematical modelling is much more than working calculations because it is important to understand complex systems, to work in groups and to develop shareable tools by benefiting from various disciplines (Chan, 2013).

Since in this study it is aimed to investigate prospective secondary mathematics teachers' solutions for mathematical modelling problems by considering the steps of mathematical modelling process, case study design; one of the qualitative research methods was used. A case study is a method which provides a researcher with opportunity of collecting rich data and through which the questions "how" and "why" are searched (Yin, 2002). This study was conducted with prospective secondary mathematics teachers who took "mathematical modelling" class and participation was voluntary. Each group consisted four people and instead of giving prospective teachers' names, they were coded as G1,G2…G6. Twenty four prospective teachers joined the first activity. However, one group (four people) were unable to join the following two activities. Group individuals were the same and were the same and were coded with the same names during the three activities.

Mathematical modelling method was taught to the prospective teachers three hours every week during one semester. Documents of solutions for problems "Maximum Volume Box" by Ang (2001), "Which House to Buy?" designed by Erbas et al. and "How to Store?" designed Erbas at al.(2016) by who got inspired by Swetz and Hartzler (1991) problems were used. Group members who first tired to solve the activities for almost 5 minutes individually worked with the group for nearly 15 minutes later on. Prospective teachers shared their solutions by writing them on the board and discussed different solutions.

Solutions of prospective teachers were analyzed considering the modelling steps and through descriptive analysis method employed with the support of a field expert. In analysis of the data, mathematical modelling steps were dealt with as six steps mentioned as understanding the problem, identifying the variables constructing mathematical model, solving the model, interpreting mathematical results in real life situations and validating the solutions by Maaß'ın (2004) for modelling capabilities. To determine the suitability of prospective teachers' behaviours about modelling problems, graded key designed by Hıdıroglu (2014) et al. getting inspired by Berry and Houston (1995) was considered. The behaviours of prospective teachers were determined as "Yes","No" and "Partially" considering the graded key given as not showing somewhat appropriate approach and showing appropriate approach as in Table 1 and explanations were made.

It was seen that all the modelling steps of prospective teachers about "Maximum Volume Box" and "How to Store?" problems were incomplete. However, it was observed that the steps of groups about "Which House to Buy?" problem were partially correct prospective teachers were unable to adapt to modelling process for having faced modelling problems through modelling lessons for he first time. Besides, they found the modelling problems diffucult when the modelling problems given respectively are assessed, it can be said that the number of being followed of the modelling steps of the groups increased in the last problem. It was seen that the prospectıve teachers' not being able to complete the first steps of the modelling process correctly had a negative impact on the following steps. In their studies Duran et al. (2016) also stated that prospective teachers had difficulties in understanding the problem and reason for his was facing such a problem for the first time and that the problem was not clear. Having troubles understanding the problem has a negative effect on the approaches in the other steps (Hıdıroglu, et al. 2014).

As seen in this study too, the prospective teachers who did not understand the problem had hardship in all other steps of the modelling process. It was observed that they had great diffuculty in understanding the problem and in choosing variables necessary for transforming real life situations into mathematics. Additionally they were less successful in solving and interpreting steps which are the last two steps of the mathematical modelling process compared to the other steps. This results obtained is in parallel with results of Ciltas (2011); Deniz (2014); Deniz, (2017); Doruk et al., (2016); Hıdıroglu et al., (2014); Tekin Dede and Yılmaz (2013); Ozer Keskin (2008); Ozturan Sagırlı (2010).

In order to employ the mathematical modelling method which plays an important role in relating mathematics to daily life and to remove deficiencies of prospective teachers, modelling activities should be included more.