Akdeniz Eğitim Araştırmaları Dergisi, 2021, Cilt 15 Sayı 37, Sayfa 53-73
Mediterranean Journal of Educational Research 2021, Volume 15 Issue 37, Page 53-73
https://doi.org/10.29329/mjer.2021.380.4

Matematik Öğretmen Adaylarının Süreklilik Konusunda Kavram İmajları

Meltem Coşkun [1] & Necla Turanlı [2]

Özet: Bu araştırmanın amacı matematik öğretmen adaylarının "süreklilik" konusuna yönelik kavram imajlarını belirlemektir. Bu amaç doğrultusunda bir devlet üniversitesinin matematik öğretmenliğinde öğrenim gören 9 öğretmen adayı araştırmanın çalışma grubu olarak belirlenmiştir. Araştırmanın modeli nitel araştırma desenlerinden olgubilim çalışması olarak tasarlanmıştır. Araştırmada "süreklilik" konusuna yönelik bir görüşme formu veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Elde edilen veriler ise içerik analizi ile çözümlenmiştir. Araştırma sonucunda devam eden, tanım kullanma, süreklilik çeşitleri, limit, türev, integral, grafik, somut ifadeler ve soyut ifadeler olmak üzere 9 kategori oluşturulmuştur. Ayrıca matematik öğretmen adaylarının "süreklilik" kavramını tanımlar iken imajları doğrultusunda yanıt verdikleri; imajlarında ise "süreklilik" kavramının grafiksel temsillerinin baskın olduğu tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının imajlarında var olan grafiksel temsillerde ise herhangi bir kopukluğun olmadığı sürekli fonksiyonların grafikleri ile sınırlı olduğu belirlenmiştir.

Anahtar Sözcükler: Kavram İmajı, Süreklilik, Matematik Öğretmen Adayı

Geliş Tarihi: 04.09.2020 – **Kabul Tarihi:** 01.09.2021 – **Yayın Tarihi:** 30.09.2021

DOI: 10.29329/mjer.2021.380.4

CONCEPT IMAGES ON CONTINUITY OF PROSPECTIVE MATHEMATICS TEACHERS

Abstract: The aim of this study is to explore the concept images of the prospective mathematics teachers (PMTs) on the topic of "continuity". For this purpose, 9 PMTs studying in Mathematics Teaching Education Program in a state university were chosen as the research participants. The study, which is qualitative, was designed as a phenomenology study. Interviews on the concept of "continuity" which were developed during the study were used as data collection tool. The data for recognizing the concept images of PMTs were analyzed through content analysis. The data collected from the interviews were subjected to content analysis and nine categories emerged: (1) continuing, (2) use of definitions, (3) types of continuity, (4) limit, (5) derivative, (6) integral, (7) graphic, (8) concrete expression, and (9) abstract expression. The results of the study demonstrated that PMTs respond in accordance with their images when they define the concept of "continuity" and their graphical representation of "continuity" is dominant in their images. Moreover, it was observed that in the graphical representations available in the teacher candidates' images, continuous functions are limited by graphics without any breakage.

Keywords: Concept Image, Continuity, Prospective Mathematics Teachers

[1] **Meltem Coşkun,** Research Assist, Matematik Öğretmenliği Programı, Hacettepe Üniversitesi, ORCID: 0000-0003-4971-4963

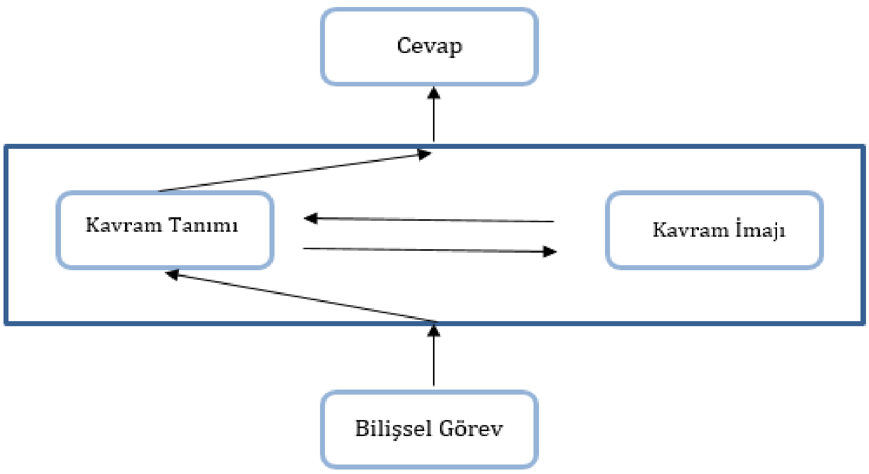
Correspondence: meltemcoskun@hacettepe.edu.tr

[2] **Necla Turanlı,** Prof. Dr., Mathematics Teaching Program, Hacettepe University, ORCID: 0000-0001-8758-9054

GİRİŞ

Kavramsal öğrenme her alanda önemli bir yer teşkil etmektedir. Bu nedenle matematik eğitiminde de kavramsal öğrenmenin önemli bir yeri vardır (Altun, 2002). Ural (2012) matematik eğitiminde kavramsal öğrenmeyi "tanımsal olarak ve temel özellikleriyle öğrenilen bir kavramı, çeşitli temsil durumlarında da anlama" olarak tanımlamıştır. Bu bağlamda matematik eğitiminde kavramsal öğrenmenin, tanımların öğrenilmesi ile ilişkili olduğu söylenebilir. Peki, öğrenilen matematiksel tanımlar öğrencilerde ne kadar kalıcı olmaktadır? Bu soruya yanıt olacak nitelikte Vinner (1991) tanımların uzun vadede unutulduğundan bahsetmiştir. Uzun vadede unutulmasa dâhi öğrencilerin matematiksel kavramların tanımları konusunda zorluklar yaşadıklarına dair çalışmalar da mevcuttur (Matos, 1994; Ubuz, 1999). Dolayısıyla öğrencilerin formal tanımlar ile ilgili zorluk yaşamaması ve kavramların tanımlarını doğru anlayabilmeleri için kavramlar ile ilgili doğru kavram imajına sahip olmalıdırlar (Güzel, Bozkurt ve Koç, 2014).

Kavram tanımı ve kavram imajı yapısı, matematik eğitiminde kavramsal öğrenmeyi içeren araştırmalarda başvurulan temel yapılardan biridir (Keşan, Erkuş ve Coşar, 2017). Tall ve Vinner (1981) kavram tanımını "ilgili kavramı açıklamak için kullanılan ve kelimelerden oluşan bir yapı" olarak tanımlarken; Vinner (1983) kavram tanımını "kavramı dolambaçsız ve doğru şekilde açıklayan sözel tanımlama" olarak ifade etmiştir. Bir kavramın tanımı; formal tanımlar yanında, zihinde var olan yapılar; şekiller, semboller, grafikler ve hatta günlük hayattan örnekler bile olabilmektedir (Tall ve Vinner, 1981). Bu bağlamda Tall ve Vinner (1981) kavram imajını "bireyin zihninde kavramla ilgili bilişsel yapıların bütünü" olarak tanımlamıştır. Vinner (1983) kavram tanımı ve kavram imajı yapısını 'hücre'ler ile açıklamıştır. Vinner'a (1983) göre birey bilişsel bir etkinlikle (problemle) karşılaştığında kavram tanımı ve kavram imajı olarak isimlendirdiği iki hücrenin farklı şekillerdeki etkileşimi söz konusu olmaktadır.



Şekil 1. Tanım ve İmaj Arasında Olması Beklenen Bağlantı (Vinner, 1983)

Vinner (1983) kavram tanımı ile imajı arasında olması gereken bağlantıyı Şekil 1'deki gibi açıklamıştır. Bu etkileşim türünde bireye herhangi bir bilişsel görev verildiğinde önce kavramın tanımına başvurduğu, daha sonra kavram tanımı kavram imajı ile etkileşime girerek kavram tanımı üzerinden cevap verildiği düşünülmektedir. Bu şekle göre öğrenciye herhangi bir bilişsel görev verildiğinde önce kavramın tanımına başvurmalı, daha sonra kavram tanımı kavram imajı ile etkileşime girerek kavram tanımı üzerinden cevap vermesi gerektiği düşünülmektedir. Ancak uygulamada bunun pek de mümkün olmadığı bilinen bir gerçektir. İkinci etkileşim türü olan, "tamamen formal çıkarım" yaklaşımında, bilişsel bir görev verildiğinde bireyin kavram imajı hücresine başvurmadan, kavramın tanımını esas alarak işlem yapıldığından bahsedilmiştir. Üçüncü etkileşim türü olan "imajın daha etkin olduğu durum" yaklaşımında ise bilişsel görev verildiğinde bireyin, sezgilerinden yola çıkarak önce kavram imajı hücresine, daha sonra kavram tanımı hücresine başvurarak işlem yaptığı belirtilmiştir. Burada kavram tanımı hücresine başvurularak işlem yapılması istenen bir durumdur; ancak baskın olan hücre kavram imajı hücresidir. Dördüncü etkileşim türü; "sadece kavram imajının etkin olması" yaklaşımında, verilen bir bilişsel göreve sezgisel olarak yaklaşan bir bireyin kavram tanımı hücresine başvurmadan sadece kavram imajı hücresi baz alınarak yanıt verilme ile ilişkilidir. Matematik eğitimi sürecinde, beklenenin aksine, yaygın olarak dördüncü olarak ifade edilen etkileşim türünün yaşandığı, öğrencilerin kavram tanımlarından ziyade imajlarını kullanarak matematiksel işlemleri gerçekleştirdikleri belirlenmiştir (Vinner, 1983; Gutierrez ve Jaime,1999).

Bir kavrama yönelik tanımlamalar ve bunların öğrencilere sunulma şekli, o kavramın tanımı ile kavram imajı arasındaki bağı biçimlendirir (Zazkis ve Leikin, 2008). Kavramı öğrenciye sunan öğretmenin sahip olduğu imaj öğrencide de oluşabilir. Öğretmenin kavrama yönelik sözel veya görsel ifadeleri öğrencinin imajında yer edinebilir. Bir kavramın öğrenilmesinde o kavrama yönelik zengin örneklendirme yapılması gerekmektedir (Erşen ve Karakuş, 2013); ancak bu şekilde kavramlar öğrencilere etkin bir şekilde öğretilebilir (Ball, 1991; Even, 1992; Shulman, 1986; Watkins ve Mortimore, 1999). Öğrencilere sunulan kavramların görselleştirilmesi kavram imajının şekillenmesinde önemli bir rol oynar (Bayram ve Duatepe-Paksu, 2018). Bu açıklamaların yanı sıra NCTM (2000) kavramsal öğrenmenin ve matematiksel kavramları anlamanın önemini vurgulamıştır. Benzer şekilde, MEB (2013) ortaöğretim matematik programında, kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki ilişkileri anlayabilen, kavramları kendi içerisinde ilişkilendirebilen, bir matematiksel kavramı ilgili disiplin alanlarıyla modelleyebilen öğrenciler yetiştirilmesi gerekliliğini vurgulamaktadır. Okullarda matematik programının yürütücüsü konumundaki öğretmenlerin bu özelliklere sahip öğrenciler yetiştirebilmesi için kendilerinin de bahsedilen kavramsal öğrenmelere sahip olması gerektiği düşünülmektedir. Matematiksel kavramların öğrencilerin zihninde şekillenmesini sağlayan matematik öğretmenleri, aynı zamanda öğrencilerin imajlarında matematiksel kavramların da oluşmasını sağlayacak kişilerdir. Dolayısıyla matematik öğretmeni bir matematiksel kavramın tanımını verirken öğrencinin imajında kavrama yönelik yanlış görüntülerin oluşmasına olanak vermemelidir.

Vinner (1983) bireyde oluşacak kavram imajının; yanlış ya da eksik olabileceği gibi, bilişsel görevle karşılaştığı zamana ve görevin konu alanına bağlı olarak farklılık gösterebileceğini belirtmiştir. Tall ve Vinner (1981) üniversite öğrencilerine limit ve süreklilik kavramlarına yönelik kavram tanımlarını ve kavram imajlarını belirlemek amacıyla açık uçlu sorulardan oluşan bir anket uygulamıştır. Elde ettikleri bulgular ışığında ise öğrencilerin zayıf kavram tanımlarına sahip olmalarına rağmen güçlü bir kavram imajına sahip olduğunu vurgulamışlardır. Baştürk ve Dönmez (2011) çalışmalarında matematik öğretmen adaylarının limit ve süreklilik konularındaki kavram yanılgılarını belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırma sonunda ise öğretmen adaylarının bir fonksiyonun bir noktada limiti varsa o noktada tanımlı ve sürekli olması gerektiği gibi kavram yanılgılarına sahip olduklarını belirtmişlerdir. Turan ve Erdoğan (2016) matematik öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik kavramsal yapılarını belirlemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Çalışmalarında süreklilik kavramının en çok limit ve fonksiyon kategorileri ilişkilendirildiğini belirtmişlerdir.

Bu açıklamalara doğrultusunda bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının matematikte önemli kavramlardan biri olan "süreklilik" konusuna yönelik kavram imajlarının nasıl olduğu araştırılmıştır.

YÖNTEM

Araştırma Deseni

Olgubilim çalışması birkaç kişinin bir olgu veya kavramla ilgili deneyimlerinin ortak anlamının, olguyu deneyimleyen katılımcıların ortak özelliklerinin tanımlanmasına odaklanır (Creswell, 2013). Bu desende asıl amaç farkında olunan ancak ayrıntılı bir şekilde bilinmeyen durumları detaylı olarak araştırmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Araştırmada detaylı olarak incelenecek olgu matematik öğretmen adaylarının süreklilik konusundaki kavram imajlarının "nasıl" olduğuna ilişkindir. Matematik öğretmen adaylarının süreklilik konusundaki kavram imajlarını belirlemek; derinlemesine ve ayrıntılı bir süreç gerektirdiği için araştırmanın deseni nitel araştırma desenlerinden olgubilim çalışması ile tasarlanmıştır.

Çalışma Grubu

Çalışma grubunda yer alacak öğretmen adayları amaçsal örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örnekleme ve kolay ulaşılabilir örnekleme ile belirlenmiştir. Yıldırım ve Şimşek'e (2016) göre maksimum çeşitliliğe dayalı bir örneklem oluşturmada amaç; genelleme yapmak değil aksine çeşitlilik gösteren durumlar arasında herhangi ortak ya da paylaşılan olguların olup olmadığını ortaya koymaktır. Bu bağlamda çalışmada "süreklilik" konusuna ilişkin bilgileri farklı sınıf seviyelerinde değişiklik gösterebilen öğretmen adayları yer almaktadır. Yine bu bağlamda farklı sınıf düzeylerinde, farklı başarı düzeylerine sahip öğretmen adayları ile çalışma gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adaylarının başarı düzeyleri ise yazarların çalışmalarının diğer bir bölümü olan "süreklilik" konusuna yönelik başarı testi ile belirlenmiştir. Ayrıca bu testten alınan puanların yanı sıra kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi doğrultusunda matematik öğretmen adaylarının araştırmacılar tarafından tanınıyor olması nedeniyle; sınav kâğıtları ile ders içerisindeki performans ölçütleri bağlamında öğretmen adaylarının başarı düzeyleri belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının demografik bilgileri Tablo 1'de yer almaktadır.

Tablo 1. Matematik Öğretmen Adaylarının Demografik Özellikleri

Öğretmen Adayı	Cinsiyet	Sınıf Düzeyi	Başarı Düzeyi
Ö1	Kadın	3	Zayıf
Ö2	Kadın	3	Orta
Ö3	Kadın	3	İyi
Ö4	Kadın	4	Zayıf
Ö5	Kadın	4	Orta
Ö6	Kadın	4	İyi
Ö7	Kadın	5	Zayıf
Ö8	Kadın	5	Orta
Ö9	Erkek	5	İyi

Araştırmanın çalışma grubunu Ankara'da yer alan bir devlet üniversitesinin Matematik Öğretmenliği Programında öğrenimine devam eden 8'i kadın, 1'i erkek olmak üzere 9 matematik öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırma derinlemesine bir analiz süreci gerektireceği için çalışma grubuna dâhil edilen öğretmen adaylarının sayısının 10'u geçmemesine dikkat edilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Öğretmen adaylarının, gizliliklerini korumak amacıyla, araştırma boyunca isimleri kullanılmayıp, 9 öğretmen adayı Ö1, Ö2, … , Ö9 şeklinde kodlanmıştır.

Veri Toplama Aracı

Matematik öğretmen adaylarının süreklilik konusuna yönelik kavram imajlarını belirlenmesini amaçlayan bu çalışmanın veri toplama aracı görüşmedir. Görüşme olgubilim çalışmalarında sıklıkla tercih edilen bir veri toplama aracıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Görüşme belirli bir araştırma konusu veya bir soru hakkında derinlemesine bilgi sağlar (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2019). Alanyazında farklı türde bulunana görüşmelerden "yarı yapılandırılmış görüşme" ile araştırmanın verileri toplanmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmeler bir görüşme formu çerçevesinde gerçekleştirilir. Ancak bu teknik görüşme sorularına bağlı olarak ek soruların da sorulmasına imkân vermektedir. Bu doğrultuda araştırmanın verileri araştırmacılar tarafından hazırlanan bir görüşme formu çerçevesinde gerçekleştirilmiştir. Bu formun hazırlanma süreci aşağıdaki gibidir.

İlk olarak alanyazın taraması yapılarak "süreklilik" konusunda yapılmış çalışmalar incelenmiştir (Baştürk ve Dönmez, 2011, Duran ve Kaplan, 2016, Kepçeoğlu ve Yavuz, 2017, Turan ve Erdoğan, 2016, Tall ve Vinner, 1981). Ardından araştırmacıların deneyimi de göz önüne alınarak matematik öğretmen adaylarının "süreklilik" konusuna yönelik kavram imajlarını belirlemeye yönelik taslak bir form oluşturulmuştur. Bu soruların çalışmanın amacına yönelik, anlaşılır ve dil açısından uygun olup olmadığını belirlemek amacıyla matematik eğitiminde uzman 2 öğretim üyesinin görüşü alınmıştır. Uzmanlardan gelen dönütler doğrultusunda sorular yeniden düzenlenerek görüşme formunun nihai hali oluşturulmuştur. 5 adet açık uçlu sorudan oluşan görüşme formunda yer alan sorular aşağıdaki gibidir:

1. "Süreklilik" sözcüğünü duyunca ne anlıyorsunuz?
2. Matematikteki "süreklilik" kavramı size ne çağrıştırıyor?
3. Matematikteki "süreklilik" kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?
4. "Süreklilik" kavramını incelerken ne tür temsil, grafik, resim, açıklama vb. kullanırsınız?
5. Matematikteki "süreklilik" kavramının gerçek hayattaki karşılığı ne olabilir?

Verilerin Toplanması

Görüşme formunun hazırlanmasının ardından görüşmelerin yapılabilmesi için yasal izinler alınmıştır. Ardından matematik öğretmen adayları ile görüşmenin yapılacağı gün, saat ve yer belirlenmiştir. Belirlenen tarihlerde öğretmen adayları ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler gerçekleştirilmeden önce öğretmen adaylarına görüşme ile ilgili bilgilendirmeler yapılmıştır. Sessiz bir derslik ortamında gerçekleştirilen görüşmeler 10-12 dakika sürmüştür. Veri kaybını önlemek amacıyla görüşmeler ses kaydına alınmıştır. Ses kaydına alım işlemi öğretmen adaylarının bilgisi ve izni dâhilinde gerçekleştirilmiştir. Ayrıca görüşmelerde sorular öğretmen adaylarına benzer şekilde sorularak gerçekleştirilmiştir.

Veri Analizi

Araştırmanın verileri içerik analizi ile çözümlenmiştir. İçerik analizinde yapılan temel işlem, birbirine benzeyen verileri belirli kodlar ve kategoriler çerçevesinde bir araya getirmek ve bunları okuyucunun anlayabileceği bir biçimde düzenleyerek yorumlamaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu doğrultuda ilk olarak ses kaydına alınan görüşmeler yazılı doküman haline getirilmiştir. Ardından metinler araştırmacılar tarafından defalarca okunarak dokümanlarda yer alan veriler anlamlı bölümlere ayrılıp kodlanmıştır. İçerik analizinin ikinci aşaması gereğince kodlar anlamlı bir bütün olacak şekilde birleştirilmiş ve kategoriler oluşturulmuştur. Bu işlemlerin ardından her bir kategoride yer alan öğretmen adayları, bu kategorilerin ifade edilme sıklığı ve yüzdeleri belirlenmiştir.

Geçerlik, Güvenirlik ve Etik

Geçerlik araştırmacının araştırdığı olguyu, olduğu biçimiyle ve olabildiğince yansız gözlemesi ile ilgilidir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Araştırmada iç geçerliği sağlamak amacıyla "uzman incelemesi" ve "uzun süreli etkileşim" yöntemleri kullanılmıştır. Görüşme formu araştırmacılar tarafından hazırlandıktan sonra matematik eğitiminde uzman 2 öğretim üyesinin görüşüne başvurulmuştur. Ayrıca veri analizi aşamasında da kod ve kategorilere nihai hali için matematik eğitiminde uzman 2 öğretim üyesinin görüşüne başvurulmuştur. Araştırmacılar görüşmelerden elde edilen yazılı dokümanlar ile uzun süreli bir etkileşim içinde bulunmuştur. Belirli aralıklarla bu metinler değerlendirilerek öznellikten kaçınılmaya çalışılmıştır. Araştırmada dış geçerliğini sağlamak amacıyla "ayrıntılı betimleme" yöntemi kullanılmıştır. Ayrıntılı betimleme "ham verinin ortaya çıkan kavram ve temalara göre yeniden düzenlenmiş bir biçimde okuyucuya yorum katmadan ve verinin doğasına mümkün olduğu ölçüde sadık kalınarak aktarılmasıdır" (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu amaçla araştırmanın bulgularında doğrudan alıntılar kullanılarak ayrıntılı betimleme yapılmıştır.

Güvenirlik, yapılmış olan bir çalışmanın başka bir araştırmacı tarafından aynı biçimde tekrar edildiğinde aynı veya benzer sonuçları vermesi ile ilgilidir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Araştırmanın iç güvenirliğini sağlamak amacıyla veri toplama aracının hazırlanması ve analizlerinin yapılması aşamaları birden fazla araştırmacı ile gerçekleştirilmiştir. Ayrıca öğretmen adayları ile yapılan görüşmeler aynı ortamda ve sorular da benzer şekilde sorulmaya çalışılarak iç güvenirlik sağlanmıştır. Dış güvenirliğini sağlamak amacıyla araştırmanın yöntemi, veri toplama süreci ve verilerin analizi sürecinde neler yapıldığı ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır.

Etik ilkeler doğrultusunda görüşme formunun matematik öğretmen adayları ile gerçekleştirilebilmesi için gerekli etik kurul izni Hacettepe Üniversitesi Senatosu Etik Komisyonunun 10.07.2018 tarihli ve 51944218-300/00000139105 sayılı kararı ile alınmıştır. Veri toplama sürecinde katılımcılara çalışma hakkında bilgilendirme yapılmış, katılımcıların gizliliği sağlanmıştır. Bu doğrultuda çalışma etik ilkeler çerçevesinde gerçekleştirilmiştir.

BULGULAR

Matematik öğretmen adaylarının "süreklilik" konusundaki kavram imajlarını belirlemek amacıyla öğretmen adaylarına 5 adet açık uçlu soru yöneltilmiştir. Sorulara verilen yanıtların analizi ile devam eden, tanım kullanma, limit, süreklilik çeşitleri, türev, integral, grafik, somut ifadeler ve soyut ifadeler olmak üzere 9 kategori oluşturulmuştur. Görüşmeler sonucu elde edilen verilerin, analiz edilmesi ile elde edilen bulgular aşağıdaki gibidir:

Matematik öğretmen adaylarına ilk olarak "Süreklilik sözcüğünü duyunca ne anlıyorsunuz?" sorusu yöneltilmiştir ve bu soruya verdikleri yanıtlar devam eden ve limit kategorileri altında toplanmıştır. Tablo 2'de öğretmen adaylarının yer aldığı kategoriler verilmiştir:

Tablo 2. Öğretmen adayların birinci soruya verdikleri cevaplara ilişkin kategoriler ve betimsel istatistikler

Kategori	Öğretmen Adayı	f	%
Devam eden	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9	8	89
Limit	Ö3	1	11

Devam eden kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren öğretmen adayları, sezgilerinden yola çıkarak, sadece kavrama yönelik imajları ile yanıt vermişlerdir. Dolayısıyla bu kategoride yer alan öğretmen adaylarının kavram imajlarının Vinner'ın (1983) "sadece kavram imajının etkin olması" yaklaşımı ile ortaya çıktığı düşünülmektedir. Bu kategoride yer alan yanıtlara ilişkin örnekler şu şekildedir:

Ö1: *"Bir şeyin kesintiye uğramadığını, devamlı gittiğini düşünüyorum."*

Ö2: *"Kesilmeden yani bir engele takılmadan sürekli devam eden bir fonksiyon algılıyorum."*

Ö6: *"Kopmanın olmaması yani her şeyin beklendiği gibi olması."*

Ö7: *"Elimizi kaldırmadan çizebileceğimiz eğriler."*

Ayrıca "kesintiye uğramama", "kopmanın olmaması", "kesiklik olmaması" gibi kodların varlığı ise öğretmen adaylarının imajlarında sürekliliğin grafiksel temsillerinin baskın olduğunu düşündürmektedir.

Limit kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren Ö3 kodlu öğretmen adayının ifadesi aşağıdaki gibidir:

Ö3: *"İki şeyin aynı noktada yaklaşmasını anlıyorum."*

Ö3 kodlu öğretmen adayını sürekliliğin formal tanımını düşünerek; ancak sürekliliğin formal tanımına göre eksik yanıt vermiştir. Eksik yanıt vermesine rağmen formal tanımı baz aldığı için öğretmen adayı Vinner'ın (1983) "tamamen formal çıkarım" yaklaşımı içerisinde yer almaktadır. Çünkü tamamen formal çıkarım yaklaşımında kavram imajı hücresine başvurulmadan, kavram tanımı hücresi esas alınarak cevap verilmektedir. Öğretmen adayının da direkt sürekliliğin formal tanımını yani kavramın tanımını düşünerek yanıt vermesi kavram imajına başvurmadığını göstermektedir.

Matematik öğretmen adaylarına ikinci olarak "Matematikteki süreklilik kavramı size ne çağrıştırıyor?" sorusu yöneltilmiştir ve bu soruya verilen yanıtlar devam eden, tanım kullanma ve süreklilik çeşitleri kategorileri altında toplanmıştır. Tablo 3'te öğretmen adaylarının yer aldığı kategoriler verilmiştir:

Tablo 3. Öğretmen adayların ikinci soruya verdikleri cevaplara ilişkin kategoriler ve betimsel istatistikler

Kategori	Öğretmen Adayı	f	%
Devam eden	Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö8, Ö9	6	67
Tanım kullanma	Ö7, Ö8	2	22
Süreklilik çeşitleri	Ö8	1	11

Öğretmen adayları tarafından en fazla tekrar eden ifadeler devam eden kategorisinde yer almaktadır. Beklenenin aksine sadece 2 öğretmen adayı matematikteki süreklilik kavramına ait tanımlardan, 1 öğretmen adayı ise süreklilik çeşitlerinden olan noktasal süreklilik kavramından bahsetmiştir. Ö4 kodlu öğretmen adayı bu soruya herhangi bir yanıt veremez iken, Ö6 kodlu öğretmen adayı bu soruda süreksizlik kavramını açıklamıştır. Öğretmen adaylarının bu soruda, ilk sorudan farklı olarak, ifadelerine "Matematikte süreklilik …" şeklinde başladıkları ve yine herhangi bir kesintinin veya kopmanın olmamasından bahsettikleri belirlenmiştir.

Devam eden kategorisinde yer alan öğretmen adaylarının yanıtları incelendiğinde, ifadelerin ilk soruya verilen yanıtlar ile benzerlik gösterdiği belirlenmiştir. Bu kategoride yer alan yanıtlara ilişkin örnekler şu şekildedir:

Ö1: *"Matematikteki süreklilikte daha çok fonksiyonlar gözümün önüne geliyor. Orada da kesintiye uğramaması var tabi ki."*

Ö2: *"Aslında biz artık sürekli matematik ile uğraştığımız için süreklilik deyince direkt aklıma matematikteki süreklilik geliyor. Koordinat eksenindeki fonksiyonun hiçbir engeli olmadan belli aralıkta sürekli değerler alması."*

Ö5: *"Matematikteki süreklilik kavramı ise okuldan duyduğumuz şeylerle kıyaslayacak olursam, örneğin grafik üzerinden grafiği elimi kaldırmadan çizebiliyorsam bu süreklidir bana bunu çağrıştırıyor."*

Ö8: *"Fonksiyon gelir aklıma. İlk kırılmaya uğramayan fonksiyonlar gelir aklıma. Elimi kaldırmadan çizebileceğim fonksiyon."*

Ö9: *"Süreklilik sözcüğünü duyunca ilk; fonksiyonu, doğruyu, eğriyi elimizi kaldırmadan çizebiliyorsak yani bir kesiklik yoksa bir yerde bu fonksiyona sürekli diyoruz."*

Ö2 kodlu öğretmen adayı "belirli aralıkta değerler almak" ifadesi ile tanım ve değer kümesi kavramlarını ilişkilendirmiş olabileceği düşünülmektedir. Dolayısıyla süreklilik kavramına ilişkin formal tanımlara ait kavramlardan bahsetmiş olmasından dolayı Vinner'ın (1983) "tamamen formal çıkarım" yaklaşımında yer almıştır. Ö1, Ö3, Ö5, Ö8 ve Ö9 kodlu öğretmen adayları ise sezgilerinden yola çıkarak, sadece kavrama yönelik imajları ile yanıt vermişlerdir. Dolayısıyla bu öğretmen adaylarının kavram imajlarının Vinner'ın (1983) "sadece kavram imajının etkin olması" yaklaşımı ile ortaya çıktığı düşünülmektedir. İlk sorunun "devam eden" kategorisinde verilen yanıtlara benzer olacak şekilde bu soruda verilen yanıtlarda da öğretmen adaylarının imajlarında sürekliliğin grafiksel temsillerinin baskın olduğu düşünülmektedir.

Tanım kullanma ve süreklilik çeşitleri kategorisinde yer alan öğretmen adaylarının yanıtlara ilişkin örnekler şu şekildedir:

Ö7: *"Süreklilik kavramı sağdan ve soldan limitin ve o noktadaki limitin aynı noktada olması tanımı çağrıştırıyor."*

Ö8: *"Tanım olarak da… İşte iki tane topolojik uzay var birinde aldığım, değer kümesinden aldığım bir açık-kapalı kümenin tersinin tanım kümesinde de açık-kapalı olması yine bir sürekliliği veriyor."*

Ö8: *"Süreklilik deyince aklımıza noktasal süreklilik geliyor."*

Ö7 ve Ö8 kodlu öğretmen adayları matematikteki süreklilik kavramını, süreklilik kavramına ait formal tanımlardan yola çıkarak, süreklilik kavramına ait tanımlar ile açıklamaya çalıştıkları için Vinner'ın (1983) "tamamen formal çıkarım" yaklaşımı içerisinde yer almaktadırlar. Ayrıca öğretmen adaylarının süreklilik kavramını sürekliliğe ait formal tanımları kullanarak açıklamaları kavramsal bir yaklaşım içerisinde olduklarının göstergesidir. Ayrıca Ö8 kodlu öğretmen adayı süreklilik kavramını sürekliliği içeren noktasal süreklilik kavramı ile açıklamaya çalışmıştır. Dolayısıyla öğretmen adayı buradaki noktasal süreklilik ifadesi ile matematikteki süreklilik kavramına vurgu yapmıştır.

Matematik öğretmen adaylarına üçüncü olarak "Süreklilik kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?" sorusu yöneltilmiştir ve bu soruya verdikleri yanıtlar süreklilik çeşitleri, limit, türev, integral ve grafik kategorileri altında toplanmıştır. Tablo 4'te öğretmen adaylarının yer aldığı kategoriler verilmiştir:

Tablo 4. Öğretmen adayların üçüncü soruya verdikleri cevaplara ilişkin kategoriler ve betimsel istatistikler

Kategori	Öğretmen Adayı	f	%
Süreklilik çeşitleri	Ö3	1	5
Limit	Ö1, Ö3, Ö4, Ö6, Ö9	5	25
Türev	Ö1, Ö3, Ö4, Ö6, Ö7, Ö9	6	30
İntegral	Ö1, Ö4, Ö7, Ö9	4	20
Grafik	Ö1, Ö6, Ö7, Ö9	4	20

Limit, türev ve integral kategorilerinde yer alacak şekilde yanıt veren Ö1, Ö3, Ö4, Ö6, Ö7 ve Ö9 kodlu öğretmen adaylarının yanıtları şu şekildedir:

Ö1: *"Limit ile alakalı, süreklilik ile iç içe. Türev zaten olmuyor. İntegral zaten olmuyor."*

Ö3: *"Limitte biraz zorlanabilirdim çünkü birbirileri ile bağlantılı açıklıyoruz tanımlarda. Türev yapamazdım."*

Ö4: *"Limit, türev, integral. İntegralde alan, hacim hesaplamayı yapamazdık."*

Ö6: *"Türev işlemleri yapamazdık. Türev baştanbaşa yok olurdu bence çünkü tanımı süreklilikten geliyor."*

Ö7: *"Türevi yapamazdım dolayısıyla türev olmazsa integralden bahsedemezdik."*

Ö9: *"Limit, türev, integral. Fonksiyon belirli bir aralıkta sürekli ise integrallenebilir."*

Limit, türev ve integral kategorilerinde yer alacak şekilde yanıt veren Ö1, Ö3, Ö4, Ö6, Ö7 ve Ö9 kodlu öğretmen adayları Vinner'ın (1983) "sadece kavram imajının etkin olması" yaklaşımı içerisinde yer almaktadır; çünkü öğretmen adayları bu soruda "tamamen formal çıkarım" yaklaşımı içerisinde yer alacak olsalardı; var olan formal tanımlara dayanarak "süreklilik olmasaydı ... sebebi ile … kavramı da olmazdı" biçiminde bir yaklaşımda bulunmaları beklenirdi. Ayrıca bu soruya verilen yanıtlar incelendiğinde "Süreklilik kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?" sorusundan ziyade "Limit kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?" sorusuna cevap verir nitelikte yanıtların varlığı dikkat çekmektedir.

Grafik kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren Ö1, Ö6, Ö7 ve Ö9 kodlu öğretmen adaylarının yanıtları şu şekildedir:

Ö1: *"Aslında geometri ile de alakalı süreklilik. Sonuçta sürekli olmazsa bir şekil çizemeyiz. Yani mesela bir kare diyemeyiz, şekil kapanmazsa. Yani süreklilik geometrinin içinde de var."*

Ö6: *"Fonksiyon grafiği çizerken sorun yaşardık; nerede tanımlı nerede tanımsız ya da kopma olup olmadığını göremezdik."*

Ö7: *"Grafikleri yorumlayamayabilirdim."*

Ö9: *"Bir üçgeni bir kareye dönüştüremezdik mesela. Şekilleri birbirine dönüştüremezdik."*

Ö1, Ö6, Ö7 ve Ö9 kodlu öğretmen adayları Vinner'ın (1983) "sadece kavram imajının etkin olması" yaklaşımı içerisinde yer almaktadır. Öğretmen adaylarına ait kodlar incelendiğinde sürekliliğe ilişkin var olan resimler ile açıklama yaptıkları düşünülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının imajları sürekliliğin grafiksel temsilleri üzerine kurulmuştur. Süreklilik çeşitleri kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren Ö3 kodlu öğretmen adayı ise süreklilik kavramını, süreklilik kavramına ait formal tanımlardan yola çıkarak; sürekliliği içeren noktasal ve düzgün süreklilik kavramlarının olmayacağını açıklamaya çalıştığı için Vinner'ın (1983) "tamamen formal çıkarım" yaklaşımı içerisinde yer almaktadırlar. Dolayısıyla bu öğretmen adayının kavramsal anlayışa sahip olduğu ve süreklilik kavramının da yapısına bağlı olarak yanıt verdiği düşünülmektedir.

Matematik öğretmen adaylarına dördüncü olarak "Süreklilik kavramını incelerken ne tür temsil, grafik, resim, açıklama vb. kullanırsınız?" sorusu yöneltilmiştir ve bu soruya verdikleri yanıtlar tanım kullanma ve grafik kategorileri altında toplanmıştır. Tablo 5'te öğretmen adaylarının yer aldığı kategoriler verilmiştir:

Tablo 5. Öğretmen adayların dördüncü soruya verdikleri cevaplara ilişkin kategoriler ve betimsel istatistikler

Kategori	Öğretmen Adayı	f	%
Tanım kullanma	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9	8	57
Grafik	Ö3, Ö4, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9	6	43

Tanım kullanma kategorisinde yer alan öğretmen adaylarına ilişkin örnekler aşağıdaki gibidir:

Ö1: *"Resim olarak da topolojide ben ters görüntü olarak kodlamıştım. Sürekli ters görüntü olarak kodlamıştım. Açıklamaları yani tanımları bu şekilde zaten. Bir de limite bakıyoruz. Sağdan soldan inceliyoruz ve ona göre…"*

Ö2: *"Noktasal süreklilikten bahsediyorsa bana ben o noktadaki sağ ve sol limitlerine bakıyorum. Aynı zamanda bu noktadaki görüntüsü de bunlara eşit ise süreklidir diye yorum yapıyorum. Fonksiyon olarak veriyorsa bu fonksiyon sürekli midir dediğinde her epsilon büyük sıfır için delta bulabiliyor muyum?"*

Ö6: *"Epsilon-deltaya başvuruyorum. Yine bir sorun olduğunu bir şeylerin yolunda gitmediğini sezersem limit temel tanımını kullanmaya çalışıyorum."*

Ö8: *"Eğer topolojik uzaylarda ya da gerçel analizde gördüğümüz uzaylarda işte ayrık uzayda filan çalışıyorsak bir çizim yapmıyorum. Varsayımsal olarak yani tanımlardan gidiyorum."*

Ö9: *"… Bir de açıklama, tanımlardan."*

Tanım kullanma kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren öğretmen adayları Vinner'ın (1983) "tamamen formal çıkarım" yaklaşımı içerisinde yer almaktadır. Ö1 kodlu öğretmen adayı sürekliliği hem sağ-sol limit kavramlarını hem de açık kümeleri baz alarak tanımlayacağını açıklamıştır. Dolayısıyla öğretmen adayının süreklilik kavramına yönelik kavram imajı hücresinin öğrenilen ilk süreklilik tanımı ile dolduğu ayrıca buna ek olarak daha ileri bir düzey ve sürekliliğin çok güçlü bir karakterizasyonu olan "fonksiyonun ters görüntüsü altında ikinci uzaydaki her açık kümenin birinci uzayda açık olması" ifadesinin de yer aldığı görülmektedir. Ö2 kodlu öğretmen adayı sürekliliğin limit ile yapılan tanımı ve $\varepsilon-\delta$ tanımı ile süreklilik kavramını açıklayacağını belirtmiştir. Öğretmen adayının süreklilik kavramına yönelik kavram imajı hücresi ilk olarak, basit düzeyde ve lise matematiğinde de yer alan limit yardımı ile yapılan süreklilik tanımından oluşmuştur. Daha sonraları ise imajında var olan süreklilik tanımına ek olarak $\varepsilon-\delta$ tanımı ile de kavram tanımı hücresini güçlendirmiştir. Dolayısıyla burada öğretmen adayının kavramsal bir yaklaşım sergilemiş olduğu görülmektedir. Ö6 kodlu öğretmen adayının "$\varepsilon-\delta$ tanımına başvuruyorum. Yine bir sorun olduğunu bir şeylerin yolunda gitmediğini sezersem limit temel tanımını kullanmaya çalışıyorum." ifadesi ise baskı altında (sınavda) olduğu ya da otoritenin (öğretmenin) formal bir çözüm isteyeceğinin (kanıtlayınız gibi) farkına vardığı durumlarda $\varepsilon-\delta$ tekniğini kullanacağını belirtmesi kavram imajı hücresinde $\varepsilon-\delta$ tekniğinin var olduğunu göstermektedir.

Tanım kullanma kategorisinde yer alan yanıtlar incelendiğinde sürekliliği “elimi kaldırmadan çizerim” ifadesi ile açıklayan öğretmen adaylarının kavramların soyutlaşması nedeni ile resim olarak ifade edemeyecekleri durumlarda süreklilik kavramına ait formal tanımlara başvurdukları gözlenmiştir.

Grafik kategorisinde yer alan öğretmen adaylarına ilişkin örnekler aşağıdaki gibidir:

Ö3: *“Bir fonksiyon verilsin bunun grafiğini çizdiğimizde bunun grafiğinde herhangi bir kırılma noktası ya da kopma noktası var mı? Her değer aynı değere mi karşılık geliyor sağdan ve soldan bakınca? Yani bunlara bakarak açıklıyorum genelde.”*

Ö4: *“Grafiği çizerek.”*

Ö6: *“Önce grafiğini çizmeye çalışıyorum. Bir bakıyorum hani tanımsız olduğu bir yer var mı, kopma yaşanıyor mu diye.”*

Ö7: *“İlk önce aklıma grafiği çizmek gelir açıkçası.”*

Ö8: *“Eğer reel sayılarda çalışıyorsam koordinat düzleminde normal grafiklerini çizebiliyorum.”*

Ö9: *“Koordinat sistemi. Ben grafiği kullanıyorum.”*

Grafik kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren öğretmen adaylarının ise Vinner’ın (1983) “sadece kavram imajının etkin olması” yaklaşımı içerisinde yer almaktadır. Öğretmen adaylarının vermiş oldukları yanıtlar incelendiğinde, sürekliliğe ilişkin imajlarında, süreklilik kavramının grafik temsillerinin baskın olduğu görülmektedir.

Matematik öğretmen adaylarına son olarak “Matematikteki süreklilik kavramının gerçek hayattaki karşılığı ne olabilir?” sorusu yöneltilmiştir ve bu soruya verdikleri yanıtlar somut ifadeler, soyut ifadeler ve devam eden kategorileri altında toplanmıştır. Tablo 6’da öğretmen adaylarının yer aldığı kategoriler verilmiştir:

Tablo 6. Öğretmen adayların altıncı soruya verdikleri cevaplara ilişkin kategoriler ve betimsel istatistikler

Kategori	Öğretmen Adayı	f	%
Somut ifadeler	Ö1, Ö3, Ö8, Ö9	4	27
Soyut ifadeler	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9	7	46
Devam eden	Ö2, Ö4, Ö6, Ö8	4	27

Somut ifadeler kategorisinde yer alan öğretmen adaylarına ilişkin örnekler aşağıdaki gibidir:

Ö1: *“Fonksiyonlar üzerinden baktığımızda düz bir yol diyebilirim.”*

Ö3: *"İp parçası olabilir. Onu bir noktadan kestiğimizde ya da bir düğüm attığımızda o ip matematikteki gibi sürekli değildir derim. Ama hiçbir kopma noktası olmadan, pürüzsüz ise süreklidir diyebiliriz."*

Ö8: *"Yol olabilir. Süreklilik normal dümdüz yürüyebildiğiniz rahat yol."*

Ö9: *"Möbius şeridi olabilir. Sürekli, halka gibi bir şekil."*

Soyut ifadeler kategorisinde yer alan öğretmen adaylarına ilişkin örnekler aşağıdaki gibidir:

Ö1: *"Kültür de süreklidir. Kültür de bir kavram ve kesintiye uğramadan gelir."*

Ö2-Ö4: *"Zaman."*

Ö5: *"Aksaklığa uğramadan. Aksamdan devam etmesi diye düşünüyorum."*

Ö6: *"Kendi kafamda da bir şey ile ilişkilendirecek olursam tertip, düzen diyebilirim süreklilik için."*

Ö8: *"Bir şeyin bozuntuya uğramaması geliyor aklıma. Zamanın sürekliliği olabilir."*

Ö9: *"Evreni daha iyi tanımak için süreklilik çok önemli."*

Somut ifadeler ve soyut ifadeler kategorilerinde yer alacak şekilde yanıt veren öğretmen adayları Vinner'ın (1983) "sadece kavram imajının etkin olması" yaklaşımı içerisinde yer almaktadır. Sadece kavram imajının etkin olduğu yaklaşım ile ortaya çıkan kavram imajlarında, kavram tanımı hücresine başvurulmadan, kavram imajı hücresi esas alınarak cevap verilmektedir. Bu soruda da öğretmen adayları süreklilik kavramını günlük hayat ile ilişkilendirememiş olup sadece sürekliliğin grafiksel temsiller ile ilişkilendirmeye çalışmışlardır. Aslında buradaki süreklilikten kasıtları herhangi bir engelin olmadığını ya da kopmanın olmaması gibi ifadeleri kastettikleri düşünülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adayları sürekliliğin grafiksel temsilini günlük hayata çevirmeye çalışmışlardır.

Devam eden kategorisinde yer alan öğretmen adaylarına ilişkin örnekler aşağıdaki gibidir:

Ö2: *"Bir şeylerin yolunda gidebilmesi için işlerin sürekli devam etmesi gerekiyor."*

Ö4: *"Devamlılık."*

Ö6-Ö8: *"İşin devamlılığı."*

Devam eden kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren öğretmen adayları Vinner'ın (1983) "sadece kavram imajının etkin olması" yaklaşımı içerisinde yer almaktadır. 1 ve 2. sorunun devam eden kategorisinde verilen yanıtlara benzer olacak şekilde bu soruda verilen yanıtlarda da öğretmen adaylarının imajlarında sürekliliğin grafiksel temsillerinin baskın olduğu görülmektedir.

SONUÇ VE TARTIŞMA

Öğretmenlerin konu alan bilgileri ile ilgili birçok çalışma mevcuttur (Ball, Thames ve Phelps, 2008; Gürbüz ve Durmuş, 2009; Mishra ve Koehler, 2006; Niess, 2005; Shulman, 1986; Shulman, 1987). Bu çalışmalar incelendiğinde öğretmenlerin konu alan bilgilerindeki eksikliklerin öğrencilerin öğrenmelerinde engeller oluşturacağı söylenebilir. Öğretmenlerin konu alan bilgilerindeki eksiliklerin nedeni imajlarında farklı görüntülerin olmasından kaynaklanabilir. Bu nedenle araştırmada matematik öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik kavram imajlarının nasıl olduğu araştırılmıştır. Bu bağlamda öğretmen adaylarına 5 adet açık uçlu soru yöneltilmiştir ve sorulan soruların analizi ile devam eden, tanım kullanma, limit, süreklilik çeşitleri, türev, integral, grafik, somut ifadeler ve soyut ifadeler olmak üzere 9 kategori oluşturulmuştur.

Devam eden ve grafik kategorilerinde yer alan öğretmen adayları süreklilik kavramını elini kaldırmadan çizme, kesintisiz olma kodları ile ilişkilendirmişlerdir. Öğretmen adaylarının sürekliliği kesintisiz devam etme olarak tanımlamaları; imajlarında sadece kopmanın olmadığı sürekli fonksiyonların var olduğunun göstergesidir. Öğretmen adaylarının sürekliliği kesintisiz bir grafik olarak düşünmesi Tall ve Vinner (1981) ile Aydın ve Kutluca'nın (2010) çalışmaları ile paralellik göstermektedir. Ayrıca Gutierrez ve Jaime'nin (1999) "kavram imajları her zaman bilimsel görüşlerle uygun düşmeyebilir" sonucu öğretmen adaylarının sürekliliği sadece kesintisiz, devam etme olarak tanımlamalarını destekler niteliktedir. Lise yıllarında sürekli bir fonksiyon örmeği ile bu fonksiyona ait grafik verilir iken kopmanın veya kesintinin olduğu, yani öğrencilerin zihninde oluşan imajlara aykırı örneklerin verilmemesinden ötürü, imajlarının bu şekilde oluştuğu düşünülmektedir; çünkü görsel temsillerin gücünden dolayı zihinde oluşan görüntüyü değiştirmek zor bir işlemdir.

Matematik öğretiminin amaçlarından biri matematiksel yapılar ve bilişsel süreçlerle ilgili gündelik hayattaki fikirleri daha bilimsel hale getirmektir (Wilhelmi, Godino ve Lacasta, 2007). Matematiksel kavramlardan bazıları günlük hayatta kullanılan bazı eşya veya kavramlarla sesteştir (Güzel, 2014). Matematiksel bir kavram olan süreklilik de sesteş bir sözcüktür. Bu bağlamda da devam eden kategorisinde yer alan öğretmen adaylarının imajlarında günlük dilde kullanılan süreklilik ile matematikte kullanılan sürekliliği eş olarak düşündükleri belirlenmiştir. Bu durum Aydın ve Kutluca'nın (2010) yapmış olduğu çalışmadaki "12. sınıf öğrencileri günlük hayatta kullanılan süreklilik ile matematiksel sürekliliğin aynı olduğunu düşünmektedir." sonucu ile paralellik göstermektedir.

Tanım kullanma kategorisinde yer alan öğretmen adayları süreklilik kavramını; limit ile yapılan süreklilik tanımı, $\varepsilon-\delta$ süreklilik tanımı ve açık kümeler ile yapılan süreklilik tanımı ile açıklayacaklarını belirtmişlerdir. Peki, sürekliliğin farklı karakterizasyonlarından bahsedebilen öğretmen adayları neden hâlâ sürekliliği "elini kaldırmadan çizme, kesintisiz olma" şeklinde ifade etmektedir? Bu durumun sebebi olarak süreklilik kavramı ile lise yıllarında karşılaşılması ve öğretmenlerin bu kavramı anlatırken kesintisiz, elini kaldırmadan çizme gibi ifadelere yer vermeleri gösterilebilir. Ayrıca öğrenciler çoğu kavrama formal öğrenmeden önce informal öğrenmeler ile sahip olurlar ve kavram imajları bu informal öğrenmeler neticesinde oluşmuş olur (Güzel, 2014). Dolayısıyla süreklilik kavramını öncelikle informal olarak öğrenen öğretmen adayları formal tanımlara rağmen imajlarında yer alan ilk görüntüleri değiştirememektedirler.

Limit, türev ve integral kategorilerinde yer alan öğretmen adayları süreklilik kavramı olmasaydı bu kavramların da olmayacağını belirtmişlerdir. Bu kategorilerin oluşmuş olması Turan ve Erdoğan'ın (2016) süreklilik kavramı için kullanılan anahtar kelimeleri araştırır iken kullanmış olduğu kategoriler ile paralellik göstermektedir. Bu kategorilerde yer alan öğretmen adaylarının yanıtları incelendiğinde sadece imajları doğrultularında böyle bir yanıt verdikleri; bu düşüncelerini hiçbir formal tanıma dayandırmadıkları belirlenmiştir. Eğer formal tanımdan hareket edecek olsalardı "Süreklilik olmasaydı … sebebi ile … kavramı da olmazdı." biçiminde bir yaklaşım içerisinde bulunmaları beklenirdi. Dolayısıyla süreklilik kavramı öğretmen adaylarının imajlarında limit, türev ve integral kavramları ile ilişkili bir şekilde yer almaktadır. Bunun nedeni olarak ise bu kavramların öğretim programlarında limit, süreklilik, türev ve integral sıralaması ile yer almaları gösterilebilir.

Somut ifadeler ve soyut ifadeler kategorilerinde yer alan öğretmen adayları süreklilik kavramını günlük hayat ile ilişkilendirememiş olup sadece sürekliliğin grafiksel temsilleri ile ilişkilendirmeye çalışmışlardır. Aslında buradaki süreklilikten kasıtları herhangi bir engelin olmadığını ya da kopmanın olmaması gibi ifadeleri kastettikleri düşünülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adayları sürekliliğin grafiksel temsilini günlük hayata çevirmeye çalışmışlardır.

Araştırmadan elde edilen sonuçlar doğrultusunda öğretmen adaylarının kavram imajlarının Vinner'ın (1983) "sadece kavram imajının etkin olması" yaklaşımı ile ortaya çıktığı düşünülmektedir. Bu bağlamda da matematik öğreniyoruz/öğretiyoruz ama neden kavrama ait formal tanıma değil de imaja başvuruyoruz? sorusu akıllara gelmektedir. Bu soruya yanıt olarak ise bir bilişsel görev verildiğinde (doğru ya da yanlış) imaj ile hareket etmek daha basit ve kolay süreçleri içermesi nedenlerden biri olarak gösterilebilir. Bir diğer neden ise Vinner'ın (1983) da belirttiği üzere tanımların uzun vadede unutuluyor olması gösterilebilir. Ayrıca öğretmen adaylarının sürekliliğin farklı karakterizasyonları ile karşılaşmalarına rağmen sürekliliği kesintisiz olarak ifade etmeleri sürekliliğe ait formal tanımları içselleştiremediklerini düşündürmektedir. Bu bağlamda üniversite yıllarında derinlemesine aktarılan süreklilik kavramının lise yıllarında oluşan imajları değiştirmede yeterli olmadığı söylenebilir. Ancak öğretmenlik hayatlarında öğrencilere süreklilik kavramını aktaracak ve onların zihninde süreklilik kavramının nasıl şekilleneceğini belirleyecek olan matematik öğretmenlerinin yanlış, eksik ya da hatalı imaja sahip olması istenmeyen bir durumdur. Dolayısıyla Stylianides ve Stylianides'in (2006) ifade ettiği gibi öğretmen adaylarına yönelik alan derslerinde kullanılan matematiksel kavramların onların ileride mesleklerini yaparken kullanacaklarıyla uyumlu olacak şekilde biçimlendirilmelidir.

KAYNAKLAR

Altun, M. (2002). *İlköğretim ikinci kademede (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi.* İstanbul: Alfa Basım Yayım Dağıtım.

Aydın, M., & Kutluca, T. (2010). 12. sınıf öğrencilerinin süreklilikle ilgili sahip oldukları kavram yanılgılarının incelenmesi. *e-Journal of New World Sciences Academy Education Sciences, 5*(3), 687-701.

Ball, D. L. (1991). *Research on teaching mathematics: Making subject matter knowledge part of the equation*. In J. Brophy (Ed.), Advances in research on teaching (pp. 1-47). Greenwich: CT: JAI Press.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching what makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Baştürk, S., & Dönmez, G. (2011). Mathematics student teachers' misconceptions on the limit and continuity concepts. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education, 5*(1), 225-249.

Bayram, G., & Duatepe-Paksu, A. (2018). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin paralelkenara ilişkin oluşturdukları örnekler bağlamında kavram imajları ve yaptıkları tanımlar.* 27th International Conference on Educational Sciences, (s. 2719-2720). Antalya.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2019). *Eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri.* Ankara: Pegem Akademi.

Creswell, J. W. (2013). *Nitel araştırma yöntemleri: Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni.* (M. Bütün ve S. B. Demir, Çev. Edt.) Ankara: Siyasal Kitabevi.

Duran, M., & Kaplan, A. (2016). Lise matematik öğretmenlerinin türevin tanımına ve türev-süreklilik ilişkisine yönelik pedagojik alan bilgileri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18*(2), 795-831.

Erşen, Z. B., & Karakuş, F. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenlere yönelik kavram imajlarının değerlendirilmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 4*(2), 124-146.

Even, R. (1992). The inverse function: Prospective teachers' use of "undoing". *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 23*(4), 557-562.

Gutierrez, A., & Jaime, A. (1999). Preservice primary teachers' understanding of the concept of altitude of a triangle. *Journal of Mathematics Teacher Education, 2,* 253–275.

Gürbüz, K., & Durmuş, S. (2009). İlköğretim matematik öğretmenlerinin dönüşüm geometrisi, geometrik cisimler, örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanındaki yeterlilikleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Dergisi, 9*(1), 1-22.

Güzel, M. (2014). *İlköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıf öğrencilerinin prizma ve silindir kavramlarına dair kavram imajlarının incelenmesi.* Yüksek lisans tezi, Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep.

Güzel, M., Bozkurt, A., & Koç, Y. (2014). *İlköğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin silindir kavramına dair kavram imajlarının incelenmesi.* International Conference on Education in Mathematics, Science and Technology (ICEMST), (s. 1062-1067). Konya.

Keşan, C., Erkuş, Y., & Coşar, M. Ç. (2017). Öğretmen adaylarının üçgen kavramına yönelik kavram imajlarının görselleştirilmesinde som ve ward kümeleme algoritmalarının kullanımı. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education, 6*(1), 46-57.

Kepçeoğlu, İ., & Yavuz, İ. (2017). GeoGebra yazılımıyla limit ve süreklilik öğretiminin öğretmen adaylarının başarısına etkisi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 11*(1), 21-47.

Matos, J. M. (1994). *Cognitive models of the concept of angle.* Proceedings of the 18th International Conferenee for Psychology of Mathematics Education, (pp. 263-270). Portugal.

MEB (2013). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı.* Ankara.

Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *The Teachers College Record, 108*(6), 1017-1054.

NCTM. (2000). *Principles and standarts for school mathematics*. Reston, VA: Author.

Niess, M. (2005). Preparing teachers to teach science and mathematics with technology: Developing a technology pedagogical content knowledge. *Teaching and Teacher Education, 21*, 509–523.

Shulman, L. S. (1986). *Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1-23.

Stylianides, A. J., & Stylianides, G. J. (2006). *Content knowledge for mathematics teaching: The case of reasoning and proving.* Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (s. 201-208). Prague: PME.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, *12*, 151-169.

Turan, S. B., & Erdoğan, A. (2016). Matematik öğretmen adaylarının "süreklilik" ile ilgili kavramsal yapıları. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi, 5*(3), 194-207.

Ubuz, B. (1999). 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin temel geometri konularındaki hataları ve kavram yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 16*(17), 95-104.

Ural, A. (2012). Fonksiyon kavramı: Tanımsal bilginin kavramın çoklu temsillerine transfer edilebilmesi ve bazı kavram yanılgıları. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 31,* 93-105.

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 14*(3), 293-305.

Vinner, S. (1991). *The role of definitions in the teaching and learning of mathematics.* In D. Tall (Ed.), Advanced Mathematical Thinking (pp. 65-81). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Watkins, C., & Mortimore, P. (1999). *Pedagogy: What do we know? In P. Mortimore* (Ed.), Understanding Pedagogy and Its Impact on Learning (pp. 1-20). London: Paul Chapman Publishing.

Wilhelmi, M. R., Godino, J. D., & Lacasta, E. (2007). Didactic effectiveness of mathematical definitions: The case of the absolute value. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *2*(2).

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Zazkis, R. & Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: a case of a square. *Educational Studies in Mathematics, 69,* 131–148.

CONCEPT IMAGES ON CONTINUITY OF PROSPECTIVE MATHEMATICS TEACHERS

EXTENDED ABSTRACT

Purpose and Significance: Conceptual understanding is an important notion in all areas and the field of Math is not an exception. Ural (2012) defines conceptual understanding of mathematics as a representational grasp of a concept, which is previously learned with definitions and core features. In this sense, it might be concluded that conceptual understanding of mathematics is closely related to mastering definitions. Then, how permanent are these learned mathematical definitions? As a prompt response to this question, Vinner (1991) states that students tend to get worse at keeping these definitions in their long-term memories. Even if they are not always lost in the long-term, there is a well-documented literature on the difficulties students have with the mathematical definitions (Matos, 1994; Ubuz, 1999). In this regard, in teaching mathematics with meaning, developing a student's conceptual understanding is important in order to help them acquire these formal definitions more easily and better understand the concept definitions as they will have a more connected outlook (Güzel, Bozkurt & Koç, 2014).

Tall and Vinner (1981) define the notion of 'concept image' as 'total cognitive structure that is associated with a concept'. In a subsequent study, Vinner (1983) also explains the notion of 'concept image' with cells. The author claims that there are two kinds of cells: (1) concept image cell and (2) concept definition cell. Explaining the concept image through these two cells, he proposes four cases in the development of a concept image, more specifically, when an individual is assigned a cognitive work: (1) expected connection between definition and image, (2) absolute formal deduction, (3) image's being more effective, and (4) concept image's being effective. Against this background, the current study set to investigate the concept images of prospective mathematics teachers (PMTs) through a perspective developed by Vinner (1983) on 'concept definition cell' and 'concept image cell'.

Method: The present study is designed as a phenomenology study, one of the qualitative research methods. The participants were nine PMTs majoring in Mathematics Education at a state university in Ankara. There were eight females and one male students. The data for this study come from interviews on "continuity", developed by the researchers. The success test formed the sample of the participants and the interviews uncovered concept images of these PMTs. The data collected from the interviews were subjected to content analysis and nine categories emerged: (1) continuing, (2) use of definitions, (3) types of 'continuity', (4) limit, (5) derivative, (6) integral, (7) graphic, (8) concrete expression, and (9) abstract expression. Each category was examined based on the approaches developed by Vinner (1983) on concept images. The results of the study revealed that only the approach 'concept image's being effective' was present in the concept images of the PMTs.

Discussion and Conclusion: It was demonstrated that PMTs in the ‘continuing’ and ‘graphic’ categories tend to relate ‘continuity’ to drawing without lifting hands and being uninterrupted. This finding indicates that they have continuous function without break-offs in their images. Moreover, this finding is in line with what Tall and Vinner (1981) and Aydın and Kutluca (2010) have found on the understanding of continuity. PMTs in ‘continuing’ category have the same understanding of ‘continuity in daily life’ and ‘continuity in Mathematics.’ That is, the concept in these two different contexts have the same meaning for these candidates.

PMTs in the ‘use of definitions’ category explain the concept of ‘continuity’ through the continuity definition with limit, $\varepsilon-\delta$ continuity definition and open sets. Then, why do PMTs, who mention various characteristics of ‘continuity’ tend to still define it with ‘drawing without lifting hands, being uninterrupted’? The reason for this situation might be related to the fact that continuity is first encountered at high school years and teachers tend to use the same expressions (i.e., uninterrupted, drawing without lifting hands) while teaching the concept.

PMTs in the ‘limit’, ‘derivative’ and ‘integral’ categories claim that were it not the concept of ‘continuity’, these terms (i.e., limit, derivative and integral) would not exist. The emergence of these categories is in line with what Turan and Erdoğan (2016) found as key terms in the description of ‘continuity. It was observed that these PMTs tend to provide a response based on their own images, but not rely on any formal definitions.

PMTs in the ‘concrete expression’ and ‘abstract expression’ categories do not relate ‘continuity’ to daily life but tend to associate it with graphical representations. It might be concluded that these PMTs imply cases in which there are not barriers or break-offs. By doing so, they convert the graphical representations of continuity into daily life.

Akdeniz Eğitim Araştırmaları Dergisi, 2021, Cilt 15 Sayı 37, Sayfa 74-101
Mediterranean Journal of Educational Research 2021, Volume 15 Issue 37, Page 74-101
https://doi.org/10.29329/mjer.2021.380.5

Okulöncesi Çocukların Aile Temalı Resimlerinin Göstergebilimsel Analizi*

Mine Karanfil [1] *& Enver Yolcu* [2]

Özet: Araştırmanın temel amacı, okulöncesi çocukların aile temalı resimlerinin göstergebilimsel olarak incelemektir. Araştırma, 2018-2019 Eğitim-Öğretim bahar yarıyılında, Çanakkale ili merkezinden seçilen bir devlet ilköğretim okulunda eğitim gören 6 yaş (72 aylık) grubu üzerinde gerçekleştirilmiştir. Çalışma grubu, verilerin çözümlenmesi ve amaca uygun bir derinleşme sağlanabilmesi için, 58 katılımcı içinden olasılığa dayalı örnekleme türünden basit tesadüfî örnekleme ile 5 kız ve 5 erkek toplam 10 öğrenci seçilerek oluşturulmuştur. Uygulamaya, 2013 Millî Eğitim Bakanlığı Okul Öncesi Etkinlik Programı'na uygun olarak üç haftalık "Bireysel Etkinlik" planlarıyla başlanmıştır. Nitel araştırma türünden olgubilim deseni ile desenlenen araştırmanın verileri, 3 hafta süresince "Aile" ana teması altında yer alan "Misafirlerimiz Var", "Ailece Yemekteyiz" ve "Benim Güzel Odam" alt temaları ile yapılan resimler ve öğrencilerle gerçekleştirilen yapılandırılmamış görüşmeler yoluyla toplanmış ve göstergebilimsel analiz tekniğiyle çözümlenmiştir. Araştırmanın sonucunda, çocukların resimlerinde öznel ve kültürel değerlere yer verdikleri; kullandıkları gösteren, gösterge ve gösterilenlerin benzerlik taşıdığı görülmüştür. Kızların resimlerinde kullandıkları gösteren, gösterge ve gösterilen üçlemeleri ile erkeklerin resimlerindeki üçlemelerin çözümlemelerinde farklılıklar olduğu gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Okulöncesi, Çocuk Resimleri, Resim, Sanat Eğitimi, Gösterge, Göstergebilim, Olgubilim.

Geliş Tarihi: 18.06.2021 – **Kabul Tarihi:** 01.09.2021 – **Yayın Tarihi:** 30.09.2021

DOI: 10.29329/mjer.2021.380.5

ANALYSING OF PICTURES WHICH PRE-SCHOOL CHILDREN DRAW WITH FAMILY THEMES AS SEMIOLOGICAL

Abstract: The main purpose of the research is to analyze the family-themed pictures of preschool childrens emiotically. The research was carried out on the 6-year (72-month-old) groups tudying at a public elementary school selected from the center of Çanakkale in the 2018-2019 Spring Semester. In order to the working group to analyze the data and provide a deepening suitable for the purpose, with Simple random sampling from probability based on sampling type were created by selecting 10 students in total 5 girls and 5 boys from within 58 participants. The implementation started with three-week (Individual Activity) plans in accordance with the 2013 Ministry of National Education "Preschool Activity Program". The data of the research, which was designed with the Phenomenology pattern from the qualitative research type, were collected through the sub-

* Bu çalışma, birinci yazarın " Okul öncesi çocuklarının farklı temalarla yaptıkları resimlerin göstergebilimsel olarak incelenmesi" başlıklı yüksek lisans tez verilerinden yararlanılarak hazırlanmıştır.

[1] **Mine Karanfil,** Expert, Görsel Sanatlar Öğretmeni

2 **Enver Yolcu,** Assist. Prof. Dr., Division of Art Education, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Correspondence: enveryolcu@gmail.com