

## Üstün Zekâlı ve Normal Zekâlı Öğrencilerin Uzamsal Düşünme Becerilerinin Karşılaştırmalı Olarak İncelenmesi

*İbrahim Bayazıt<sup>1</sup>, Dinçkan Harput<sup>2</sup>*

**Özet:** Bu çalışmada üstün zekâlı ve normal zekâlı ortaokul öğrencilerinin uzamsal düşünme yetenekleri karşılaştırmalı olarak incelenmektedir. Örnek olay yönteminin kullanıldığı araştırma 191 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Uzamsal zekâ testi ve yarı-yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen veriler içerik ve söylem analizi metotları kullanılarak çözümlenmiştir. Bulgular uzamsal düşüncenin bileşenlerini oluşturan uzamsal görselleştirme, uzamsal ilişki ve uzamsal yönelim alanlarının her üçünde de üstün zekâlı öğrencilerin akranlarına kıyasla daha başarılı olduklarını göstermektedir. Gruplar arasındaki temel farkın düşüncenin niteliğiyle alakalı olduğu görülmektedir. Normal zekâlıların, geometrik şekillerin/cisimlerin kenarları ve köşeleri türünden kritik noktalarını referans alarak bunlar aracılığıyla prosedürel yaklaşımlar içeren çözümler yaptıkları görülmüştür. Üstün zekâlıların ise bütüncül yaklaşımlar sergiledikleri, verilen şekli/cismi zihinlerinde bir bütün olarak canlandırarak bu bütünü istenilen süreçler içerisinde tek bir matematiksel nesne gibi kullanabildikleri görülmüştür. Sonuçlar, uzamsal düşünce gerektiren soruların çözümünde işe koşulan stratejiler arasında niteliksel açıdan bir hiyerarşinin var olduğuna işaret etmektedir. Referans noktaları yardımıyla yürütülen bilişsel stratejilere kıyasla verilen şeklin/cismin zihinde inşasını ve yeni süreçler içerisinde tek bir nesne gibi kullanımını içeren bütüncül yaklaşımların nitelik itibarıyla çok daha üst düzey stratejiler olduğunu göstermektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Üstün Zekâlı ve Normal Zekâlı Öğrenciler, Uzamsal Düşünme, Uzamsal Görselleştirme, Uzamsal İlişki, Uzamsal Yönelim.

**Geliş Tarihi:** 06.06.2020 – **Kabul Tarihi:** 24.12.2020 – **Yayın Tarihi:** 25.03.2021

**DOI:** 10.29329/mjer.2021.340.5

### A COMPARATIVE ANALYSIS OF GIFTED AND NON-GIFTED STUDENTS' SPATIAL THINKING ABILITIES

**Abstract:** This study aims to carry out comparative analysis of gifted and non-gifted students' spatial thinking abilities. The research employed a qualitative case study. It was carried out with the participation of 191 secondary school students (52 gifted, 139 non-gifted students). Data were obtained from written exam and semi-structured interviews. They were analysed using content and discourse analysis methods. The research findings indicated that gifted students are more successful than their peers in solving problems that requested spatial

<sup>1</sup> **İbrahim Bayazıt**, Prof. Dr., Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Erciyes Üniversitesi Eğitim Fakültesi, ORCID: 0000-0002-9113-0411

**Correspondence:** ibayazit@erciyes.edu.tr

<sup>2</sup> **Dinçkan Harput**, Kayseri İl Milli Eğitim Müdürlüğü, Milli Eğitim Bakanlığı, ORCID: 0000-0003-3057-9706

visualization, spatial relations and spatial orientation. The differences between gifted and non-gifted students is grounded in the quality of their thinking. Non-gifted students displayed procedural approaches and carried out the solution process in a step-by-step manner using properties of geometrical figures (vertices, sides, faces, etc.) as references. Gifted students employed visual approach in that they constructed imageries of figures/objects in their minds and manipulated them as a single entity in new processes. They displayed also flexible approaches and incorporated other strategies and notions (such as functional thinking, pattern searching and the notion of symmetry) into their solutions.

**Key Words:** Gifted Students, Non-Gifted Students, Spatial Thinking, Spatial Visualization, Spatial Relation, Spatial Orientation.

## GİRİŞ

Uzamsal düşünce, alan yazında görsel zekâ, uzamsal zekâ, uzamsal yetenek ve uzamsal biliş şeklinde farklı biçimlerde ifade edilmektedir (Lohman, 1996). Kavram kargaşasına mahal vermemek için eldeki çalışmada temel olarak *uzamsal düşünce* tabirinin kullanıldığını, diğer ifade türlerine ise yazının akışı içerisinde zaman zaman yer verildiğini belirtmek isteriz. Uzamsal düşünce matematiğin yanı sıra astrolojiden mühendisliğe, kimyadan mimarlığa, biyolojiden görsel sanatlara kadar birçok alanda kullanılmaktadır (Gardner, 1983). Uzamsal düşünce, gerçek yaşam sorunlarının ve karmaşık matematik problemlerinin çözümü için gerekli olan üst düzey bir zihinsel yetenektir (Battista, 1999). Matematik ve fen eğitiminde yüksek başarı için gerekli bilişsel bir yetenektir (Lord, 1985). Uzamsal düşüncenin günlük yaşamda ve farklı bilim dallarında yaygın bir şekilde kullanılıyor olması eğitimcilerin ilgisinin konu üzerinde yoğunlaşmasına neden olmuştur. Özellikle fen bilimleri ve matematik alanında uzamsal düşünmeye duyulan ihtiyaç konunun önemini daha da anlaşılır kılmaktadır. National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000), okul öncesinden lise son sınıfa kadar öğrencilerin matematik problemlerini çözebilmeleri için i) Geometrik şekillerin zihinsel görüntülerini oluşturabilmeleri ii) Cisimlerin değişik yönlerden görünümünü tespit ve ayırt edebilmeleri ve iii) Geometrik şekilleri/cisimleri çevreyle ilişkilendirerek anlamlandırabilmelerinin gerekli olduğunu vurgulamaktadır. NCTM'nin raporunda belirtilen bu bilişsel yeterliklerin uzamsal düşüncenin alanına girdiği açıktır. Ülkemizde ise matematik ders programlarında uzamsal düşünme yeteneğinin önemine vurgu yapıldığını, ilköğretim öğrencilerinin uzamsal düşünme becerilerinin nasıl geliştirilebileceğine ilişkin öneriler getirildiğini ve hedefler ortaya konulduğunu görmekteyiz (Talık Terbiye Kurulu Başkanlığı [TTKB], 2019)

Uzamsal düşüncenin niteliğini ve temel bileşenlerini tanımlamaya dönük çalışmaların uzun yıllar öncesinden başladığı görülmektedir. Geçmişten bugüne yapılan çalışmalar incelendiğinde uzamsal düşüncenin ne olduğuna ilişkin farklı tanımlamaların yapıldığı görülmektedir. Örneğin, Thurstone (1938), uzamsal düşünceyi şekilleri, uzunlukları ve uzaklıkları anlamlandırabilme ve kullanabilme yeteneği olarak tanımlamıştır. Linn ve Petersen'a (1985) göre uzamsal düşünce, görsel

yapıları algılama, imajlarını oluşturma, bu imajları zihinde depolama ve bu zihinsel yapılar üzerinde uygulamalar yapabilme süreçlerini içeren bilişsel bir yetenektir. Eliot ve Smith (1983) bu düşünce türünü çevreyi duyular aracılığı ile algılama, çevre ve objeler arasında ilişki kurma, objeyi oluşturan parçaların farkında olma ve bu kazanımları uzamsal problemleri çözmek için kullanabilme yeteneği olarak ifade etmektedirler. Clements ve Battista (1992) ise uzamsal düşünme kavramını zihinsel görüntüleri formüle etme ve bu görüntüleri zihinde manipüle etme özelliği olarak açıklamışlardır. Lohman'a (1996, s. 3) göre, uzamsal düşünme "*görsel bir imgeyi meydana getirebilme, bir şekli devam ettirebilme, yeniden düzenleme ve başka bir şekle dönüştürebilme*" yeteneğini içermektedir. Strong ve Smith (2001), uzamsal düşünmeyi uzayda cisimlerin farklı pozisyonlarda hareketlerini hayal etme ve nesnelere zihinde hareket ettirebilme yeteneği şeklinde tanımlamaktadır. Özetle, uzamsal düşüncenin, dış dünyadaki nesnelere şekillerini, yapılarını ve pozisyonlarını kavrayabilme, bunların zihinsel temsillerini (imajlarını) oluşturabilme ve bu sanal yapılar üzerinde bilişsel operasyonlar yürütebilme yeteneğini içerdiği söylenebilir (Carroll, 1993). Dolayısıyla uzamsal düşüncenin uzayın ve geometrik formun kullanımı ile ilgili bilişsel becerileri içerdiği açıktır (Olkun & Altun, 2003).

Yukarıda sunulan tanımlardan uzamsal düşünce tek bir bilişsel yapı olmadığı, daha ziyade alt bileşenlerden oluşan bir bütün olduğu anlaşılmaktadır (Linn & Petersen, 1985). Ancak, bu bütünü oluşturan temel bileşenlerin belirlenmesi hususunda eğitimcilerin farklı tespit ve önerilerde buldukları görülmektedir. Carroll, (1993) alan yazındaki faktör-analitik çalışmalardan çıkarımla uzamsal düşüncenin bileşenlerini beş başlık altında toplamaktadır: uzamsal görselleştirme, uzamsal ilişki, kapatma hızı, kapatma esnekliği ve algısal hız. Bunlar arasında uzamsal düşünceyle en sıkı bir şekilde ilişkilendirilen ve çok sayıda araştırmaya konu olan bileşenin uzamsal görselleştirme olduğu belirtilmektedir (a.g.e). Uzamsal görselleştirme, görsel bir yapının algılanması, zihinde temsiline oluşturulması ve bu zihinsel objeler üzerinde döndürme, açma-kapama ve burma/bükme türü bilişsel eylemlerin gerçekleştirilmesini içerir (Hegarty & Kozhevnikov 1999). Katlanmış bir kâğıdın belli bir noktadan delinmesi durumunda kâğıdın açık hali üzerinde bu deliklerin nasıl bir dağılım göstereceğinin tespiti uzamsal görselleştirme yeteneği gerektiren tipik bir etkinliktir. Linn ve Petersen (1985) meta-analiz çalışmasıyla uzamsal düşüncenin bileşenleriyle alakalı alan yazındaki bilgi karmaşıklığını gidermeye çalışmış ve uzamsal zekânın bileşenlerini üç başlık altında toplamıştır. Bunlar uzamsal kavrama (spatial perception), zihinde döndürme (mental rotation) ve uzamsal görselleştirme (spatial visualization) bileşenlerini içermektedir. McGee (1979) uzamsal yeteneğin iki alt bileşeni olan uzamsal görselleştirme ve uzamsal yönelimden bahsetmektedir. Lohman (1988) ise uzamsal düşüncenin üç bileşeninden söz etmektedir: uzamsal görselleştirme (visualization), uzamsal ilişki (spatial relations) ve uzamsal yönelim (spatial orientation). Lohman (1988) tarafından belirlenen bileşenlerin alan yazında uzamsal düşünceyle alakalı izah ve tanımlamalarda ortaya konulan düşünce niteliklerinin neredeyse tamamını kapsadığı söylenebilir. Eldeki çalışmada ağırlıklı olarak Lohman (1988) tarafından yapılan sınıflandırmadan teorik çerçeve olarak yararlanılmıştır. Bu sebeple uzamsal

görselleştirme, uzamsal ilişki ve uzamsal yönelim bileşenleriyle alakalı aşağıda daha detaylı açıklamalar yapılmıştır.

*Uzamsal görselleştirme* üç boyutlu uzayda hayali hareketleri kavrama ya da zihindeki sanal nesnelere üzerinde operasyon ve manipülasyon yapabilme yeteneği olarak ifade edilmektedir (Lohman, 1988). McGee (1979, s. 4), uzamsal görselleştirmeyi “*üç boyutlu bir cisim zihinde hareket ettirme, döndürme ya da verilen şekli ters çevirebilme yeteneği*” olarak izah etmektedir. Uzamsal görselleştirme, öğrencilerin iki ve üç boyutlu nesnelere hareketlerini hayal edebilme performansı ve bu hareketleri kavraması olarak da tanımlanmaktadır. Şekil ve nesnelere zihinsel temsilleri üzerinde açma-kapama, burma/bükme ve döndürme türünden eylemler yapabilmek için gerek duyulan bilişsel bir yetenektir (Hegarty & Kozhevnikov, 1999). Açık hali verilen bir prizmanın kapalı halini hayal edip çakışan kenarların ve köşelerin tespitini yapma bu bağlamda tipik bir etkinlik olarak belirtilebilir. Benzer şekilde katlanmış bir kâğıdın herhangi yerinden bir parça kesilmesi veya delinmesi halinde oluşacak yeni durumun hayal edilmesi yine uzamsal görselleştirmeyle alakalı düşünsel bir eylem içerir (Clements & Battista, 1992).

*Uzamsal ilişki*, genel olarak bir görsel uyarıcının dönmesini hayal edebilme yeteneği olarak ifade edilmektedir (Lohman, 1988). McGee (1979) ve Odell (1993) uzamsal ilişkiyi şekil ve nesnelere zihinsel temsilleri üzerinde yürütülen döndürme işlemi olarak tanımlamakla birlikte bu döndürme sürecinde hız faktörünün de önemli olduğuna işaret etmektedirler. Olkun ve Altun’a (2003) göre uzamsal ilişki öğrencinin iki ve üç boyutlu geometrik formları bir bütün olarak zihinde evirip çevirebilmesi ve onları çeşitli konumlanışlarında tanıyabilmesi yeteneğidir. Bu tanımlamalar ışığında iki/üç boyutlu şekillerin/nesnelere belli bir açı altında ve belli bir doğrultuda döndürülmesi neticesinde alacakları konumlanışı ve oluşacak görüntüyü tespit etmeyi gerektiren tüm etkinlikler uzamsal ilişki bağlamında değerlendirilebilir. Örneğin, dikdörtgenin bir kenarı etrafında 360 derece döndürülmesiyle elde edilecek cismin bir silindir olacağını zihin gözüyle görebilmek uzamsal ilişki yeteneği gerektiren tipik bir etkinliktir.

*Uzamsal yönelim* ise en temelde perspektif algısıyla ilişkili bir yetenek olup bir nesnenin farklı açılardan görünümünü zihinde canlandırabilmeyi içerir (Lohman, 1988). Kimura (1999) uzamsal yönelimi bir nesnenin belirli bir yönde hareket ettirilmesi sonucu, nesnenin görünümünde oluşacak değişiklikleri tahmin etme yeteneği olarak ifade etmektedir. Görsel uyarıcıların etkisindeki elemanların düzenini anlayabilmek, bütün ile parçaları arasındaki ilişkiyi kavrayabilmek, nesnelere konumları arasında ilişki kurabilmek, vücudun duruşuna göre uzamsal yönelimi belirleyebilmek ve tüm bunları somut varlıklardan bağımsız olarak onların zihinsel temsilleri üzerinden yapabilmek uzamsal yönelim becerisi gerektiren durumlardır (Bishop, 1980). Kimura (1999) uzamsal yönelim yeteneğini ölçmek için iki ve üç boyutlu uzayda farklı açılarda hareket ettirilmiş nesnelere yeni görünümünü ölçen testler kullanılması gerektiğini ifade etmektedir. Bu bağlamda bir koniye kuş bakışı bakılması durumunda oluşacak yeni şeklin görünümünü zihinde canlandırabilmek uzamsal

yönelim yeteneği gerektiren tipik bir etkinliktir. Buraya kadar sunulan bilgilerden uzamsal düşüncenin, soyut muhakeme yürütebilme ve eleştirel ve yaratıcı düşünebilme gibisinden insan zihnini zorlayan ve bilişsel yükü artıran düşünsel eylemler için ne denli önemli olduğu anlaşılmaktadır. Bu nedenle, söz konusu yetenek kendi akran gruplarından rastgele seçilmiş bir kümenin %98'inden daha başarılı olan ve üstün zekâlı olarak kabul edilen bireylerin ayırt edici özelliği olarak kabul edilmektedir (Marland, 1972; Renzulli, 1978; Silverman, 2002). Literatür incelendiğinde üstün zekâlılığın ne olduğuna ilişkin yapılan izah ve tanımlamalarda uzamsal düşüncenin bileşenlerinden bahsedildiği görülmektedir. Örneğin, Krutetskii (1976) üstün zekâlı öğrencilerin matematiksel materyali şekillendirebilme, zihinsel işlemleri geri çevirebilme, esnek düşünebilme ve uzamsal kavramlarla çalışabilme yeteneğine sahip olduklarını belirtmektedir. Marland (1972) üstün zekâlılığın özellikleri konusunda yayımladığı ilk resmi dokümanda uzamsal becerileri kullanma konusunda üstün zekâlı öğrencilerin akranlarına kıyasla çok daha başarılı olduklarını belirtilmektedir. Silverman (1993) üstün zekâlı bireylerin cisimleri zihinlerinde çevirebilme, bu cisimleri farklı konumlanmalarında tanıyabilme, görüntülerini zihinlerinde yeniden oluşturabilme gibisinden uzamsal düşünce kapsamındaki bilişsel beceriler bakımından akranlarından ileri olduklarını vurgulamaktadır. Stumpf ve Eliot (1999) ise üstün zekâlı bireylerin zihinden rotasyon, zemin-şekil ilişkisi kurma, zihinde canlandırma ve perspektif gibi becerileri daha aktif ve etkili bir şekilde yürütebildiklerini belirtmektedir.

Uzamsal düşüncenin gerçek yaşamda yaygın olarak kullanılması ve matematik ve fen bilimleri eğitimi için önem arz etmesi araştırmacıların ilgisini bu konuya yoğunlaştırmıştır. Geçmiş on yıllar içerisinde öğrencilerin uzamsal düşünebilme becerileri ile matematik başarıları arasındaki ilişkiyi araştıran çok sayıda çalışma yapılmıştır. Örneğin, Middaught (1980) 357 lise öğrencisi üzerinde yaptığı çalışma sonucunda katılımcıların uzamsal düşünme becerileri ile matematik başarıları arasında pozitif bir ilişkinin varlığını tespit etmiştir. Seng ve Chan (2000) uzamsal düşüncenin bileşenlerinden uzamsal ilişki ve uzamsal görselleştirme becerileri ile genel matematik başarıları arasındaki ilişkiyi incelemiştir. 127 ilkökul öğrencisiyle gerçekleştirilen çalışmanın sonuçları her iki alt bileşeninde öğrencilerin matematik başarıları üzerinde anlamlı bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir. Friedman (1995) alan yazındaki 75 çalışma üzerinde yapmış olduğu meta-analizler neticesinde öğrencilerin uzamsal düşünebilme becerileri ile genel matematik başarıları arasında kayda değer bir ilişkinin olduğunu rapor etmektedir. Hegarty and Waller (2005) uzamsal düşüncenin, hikaye problemlerinin çözümü için gerekli olan zihinsel modellerin ve görsellerin oluşturulması ve anlaşılması için önemli olduğunu, bununda öğrencilerin problem çözme başarılarını etkilediğini belirtmektedir. Alan yazında uzamsal düşüncenin küçük yaş grubu öğrencilerin cebir ve örüntü konularındaki düşünce gelişimleri üzerindeki pozitif etkilerine ilişkin bulgularda rapor edilmektedir (Papic, Mulligan & Mitchelmore, 2011; Warren & Cooper 2008). Markey'in (2009) 31 öğrenci üzerinde uzamsal düşünme yeteneğinin matematik ve geometri problemlerinin çözümündeki başarıya olan etkisini tespit etmek amacı ile tek

yönlü varyans analizi (ANOVA) kullandığı çalışmasında uzamsal düşünmenin, matematik ve geometri problemlerini çözme başarısına olumlu yönde etkileyen bir etken olduğunu ortaya koymuştur. Ki-kare analizleri kullanarak 169 öğrencinin uzamsal düşünme ve 3-boyutlu geometrik düşünme becerileri arasındaki ilişkiyi inceleyen Pittalis ve Christou (2010), uzamsal düşünmenin 3-boyutlu geometrik düşünmeyi olumlu etkileyen bir faktör olduğu sonucuna ulaşmıştır. Battista, Wheatley ve Talsma (1982) ilköğretim öğretmen adaylarının geometri derslerinde karşılaştıkları problemleri çözme yetenekleri ile uzamsal görselleştirme ve şekilsel muhakeme becerileri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Çalışma sonucunda katılımcıların uzamsal görselleştirme, şekilsel muhakeme ve problem çözme becerilerinin, geometrideki başarıları ile yakından ilişkili olduğu tespit edilmiştir. Yazarlar, özellikle uzamsal görselleştirme ve şekilsel muhakeme becerilerinin, geometri problemlerinin çözümündeki başarı üzerinde belirleyici bir etkiye sahip olduğunun altını çizmektedirler. Battista (1990) uzamsal görselleştirme, mantıksal düşünme, geometri performansı ve cinsiyet değişkenleri arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. 75 erkek ve 53 kız lise öğrencisi ile yapılan araştırmanın sonuçları uzamsal görselleştirme ve mantıksal düşünme becerilerinin geometri performansı ile olumlu bir ilişki içinde olduğunu göstermektedir. Üç boyutlu geometrik cisimler konusunda öğrencilerin daha çok cisimlerin alan ve hacim formüllerine yoğunlaştıklarını, bunun da başarı üzerinde negatif bir etkisinin olduğunu gösteren araştırma sonuçları da mevcuttur (Owens & Outhred, 2006). Bu zorluğun üstesinden gelebilmeleri için öğrencilerin geometrik cisimleri zihinlerinde canlandırabilmelerinin ve ilgili formülleri bu sanal yapılar ile ilişkilendirebilmelerinin önemli olduğu belirtilmektedir (Battista, 2003). Son olarak, Özyaprak'ın (2012) ilkököl 2. ve 3. sınıf öğrencileriyle yapmış olduğu çalışma neticesinde üstün zekâlı öğrencilerin görsel-uzamsal yetenekleri bakımından, normal zekâlı akranlarına kıyasla, daha başarılı olduklarını gözlemlemiştir.

Yaptığımız alan yazın taraması neticesinde uzamsal düşünceyle alakalı yapılan araştırmalarda (Battista, 1990; Dokumacı Sütçü, 2019; Markey, 2009; Olkun & Altun, 2003; Owens & Outhred, 2006; Pittalis & Christou, 2010) ağırlıklı olarak nicel metotların kullanıldığını söyleyebiliriz. Öğrencilerin uzamsal düşünme becerilerinin nitel yöntem ve yaklaşımlarla incelenmesinin söz konusu düşüncenin niteliğinin anlaşılmasına, problem çözme süreçlerinde işe koşulan bilişsel stratejilerin tespitine, karşılaşılan zorluklar ve bunların muhtemel sebeplerinin anlaşılmasına imkân tanıyacağı açıktır. Dolayısıyla, bu alanda nitel metotların kullanıldığı çalışma sayısının az olması eldeki çalışmayı önemli kılmaktadır. Ayrıca, Türkiye'de Milli Eğitim Bakanlığı bünyesindeki Bilim Sanat Merkezlerinde destek eğitimi alan üstün zekâlı öğrencilerin uzamsal düşünme yeteneklerini inceleyen nerdeyse hiç araştırma bulunmamaktadır. Eldeki çalışmanın bu alanlardaki boşluğu doldurması açısından da önemli olduğu söylenebilir. Bu çalışmada üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin uzamsal düşünce içeren soruların çözümünde işe koştukları strateji ve yaklaşımların nitel metotlarla derinlemesine incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki araştırma problemlerine yanıt aranmıştır:

1. Üstün zekâlı ve normal zekâlı ortaokul öğrencileri arasında uzamsal düşünme yetenekleri bakımından bir başarı farkı var mıdır?
2. Üstün zekâlı ve normal zekâlı ortaokul öğrencileri uzamsal düşünme gerektiren problemlerin çözümünde ne tür stratejiler kullanmaktadırlar ve bu stratejiler arasında nasıl bir farklılık vardır?

## YÖNTEM

Öğrencilerin verilen problemlerin çözümünde kullandıkları stratejiler ve bu çerçevede işe koştukları düşüncenin niteliğini derinlemesine inceleyebilme, ‘neden’ ve ‘niçin’ içerikli sorulara yanıt üretebilmek için çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden örnek olay (durum çalışması) metodu kullanılmıştır (Yin, 2003). Araştırmanın katılımcıları, amaçlı örneklem yöntemi ile belirlenmiştir. Araştırma 7. ve 8. sınıfta öğrenim gören toplam 191 öğrencinin katılımı ile gerçekleştirilmiştir. Bunlardan 52 tanesi Kayseri’de Bilim Sanat Merkezinde destek eğitimi gören ve üstün zekâlı oldukları kabul edilen öğrencileri içermektedir. Bu öğrencilerin Rehberlik Araştırma Merkezinin (RAM) üstün zekâlı öğrencileri belirlemek için uyguladıkları Wisc-R testini ve yine aynı kurum tarafından yapılan mülakatları geçtikten sonra ilgili kuruma kabul edildiklerini belirtmek isteriz. Bu nedenle, araştırma kapsamında üstün zekâlı öğrencilerin seçimi için ayrıca bir zekâ testi uygulanmamıştır. Normal zekâlı olarak kabul edilen 139 öğrenci ise Kayseri ili merkezindeki üç farklı okulda öğrenim görenler arasından seçilmiştir. Daha tutarlı ve geçerli bulgulara ulaşabilmek için normal zekâlı öğrencilerin Kayseri İli Milli Eğitim Müdürlüğü’nün yapmış olduğu sınavlarda ilk üç sırada bulunan okullardan, ortalama ve üzeri matematik başarısına sahip öğrenciler arasından seçilmesine özen gösterilmiştir.

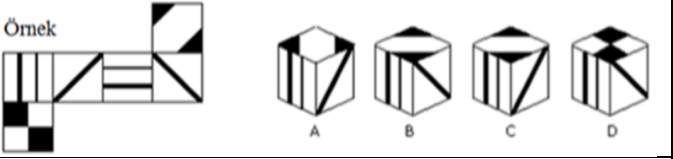
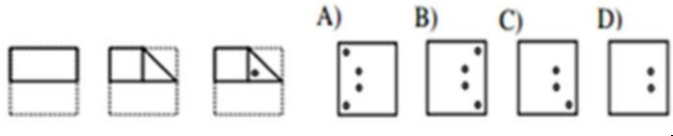
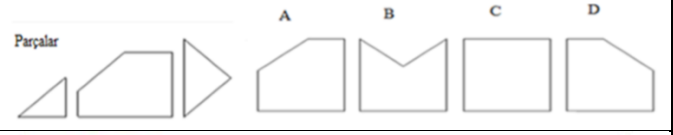
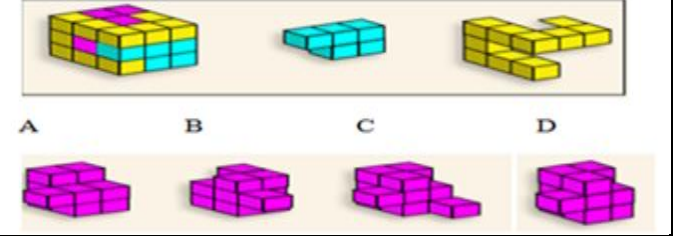
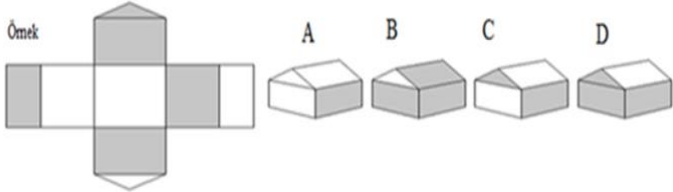
### Veri Toplama Araçları

Veriler uzamsal zekâ testi ve yarı-yapılandırılmış mülakatlardan elde edilmiştir. Uzamsal zekâ testinin oluşturulmasında uluslararası alanda kabul görmüş testlerden (Purdue visualization test), lisansüstü tez çalışmalarından ve Türkiye’de ortaokul öğrencilerine uygulanan Ortaöğretim Kurumlarına Geçiş Sınavı (O.K.S.) ve Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş Sınavı (T.E.O.G.) gibi sınav sorularından yararlanılmıştır. Oluşturulan uzamsal zekâ testinin güvenilirlik ve geçerliğini sağlamak için ise Türk araştırmacılar tarafından yapılan çalışmalardan faydalanılmıştır (Dokumacı Sütçü & Oral, 2019; Dokumacı Sütçü & Oral, 2018a; Dokumacı Sütçü & Oral, 2018b). Bu süreçte uzamsal zekânın üç temel bileşeni olan *uzamsal görselleştirme*, *uzamsal ilişki* ve *uzamsal yönelim* (Lohman, 1988) düşünceleri dikkate alınmış; bu alanlardan her biriyle alakalı 5 şer soru olmak üzere toplam 15 soru geliştirilmiştir (bakınız, Tablo 1, 2 & 3). Oluşturulan soruların güvenilirlik ve geçerliğini tespit etmek için ana çalışmada yer almayan farklı bir okuldaki 25 ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencisinin katılımıyla pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışmadan elde edilen veriler değerlendirilerek sorular üzerinde içerik ve dil açılarından gerekli düzeltmeler yapılmış ve uzamsal zekâ testi ölçeğine son hali verilmiştir. Ayrıca, bu süreçte matematikçilerin ve matematik eğitimcilerinin görüşlerine

başvurulmuştur. Ana çalışma sürecinde, geliştirilmiş olan uzamsal zekâ testi öğrenciler üzerinde araştırmacının kendisi tarafından uygulanmıştır. Farklı okullardaki her bir grupla yapılan uygulama yaklaşık 90 dakika sürmüştür. Uzamsal düşüncenin her bir alt alanıyla alakalı sorular aşağıda tablolar halinde sunulmuştur.

Alan yazın kısmında izah edildiği üzere *uzamsal görselleştirme*, üç boyutlu uzayda hayali hareketleri kavrama, dış dünyadaki yapıların zihinsel temsillerini inşa etme ve bu sanal nesnelere üzerinde manipülasyonlar yapabilme yeteneği olarak ifade edilmektedir (Lohman, 1988). Bu bağlamda, açık hali verilmiş bir cismin kapandığında alacağı biçim ve konumu, bir bütünün parçaları arasındaki ilişki, kapalı halde iken delinmiş bir kâğıdın açılmış halini düşünüp üzerinde oluşacak deseni tahmin edebilme türünden yetenekleri içeren durumlar örnek olarak verilebilir. Tablo 1'deki problemler bu düşünceler ışığında oluşturulmuştur.

**Tablo 1.** Araştırmada Kullanılan Uzamsal Görselleştirme Problemleri

<b>Küp Kapama Sorusu:</b> Seçeneklerde verilmiş olan kapalı şekillerden hangisi örnekteki açık hali verilmiş şeklin kapanması sonucu elde edilmiştir? (Newton & Bristol'den, (2015) alınmıştır).	
<b>Kâğıt Katlama Sorusu:</b> Verilen kare şeklindeki kâğıt aşağıdaki gibi katlanıp bir noktadan deliniyor, kâğıt açıldıktan sonra hangi şeklin oluşacağını bulunuz. (Çakmak'dan, (2009) alınmıştır).	
<b>Parça Bütün İlişkisi Sorusu:</b> Seçeneklerde verilen şekillerden hangisi aşağıdaki parçaların birleştirilmesiyle elde edilir? (Newton & Bristol'den (2015) alınmıştır).	
<b>Bütün Parça İlişkisi Sorusu:</b> Yandaki bloğu şekildeki gibi parçalara ayırırsanız hangi parça eksik olur? ( <a href="https://www.queendom.com/tests/access_page/index.htm?idRegTest=1120">https://www.queendom.com/tests/access_page/index.htm?idRegTest=1120</a> , 25 Ocak 2016 tarihinde erişilmiştir).	
<b>Prizma Kapama Sorusu:</b> Seçeneklerde verilmiş olan kapalı cisimlerden hangisi örnekteki açık hali verilmiş şeklin kap sonucunda elde edilmiştir? ( <a href="https://www.jobtestprep.co.uk/free-verbal-reasoning-test">https://www.jobtestprep.co.uk/free-verbal-reasoning-test</a> , 20 Ocak 2016 tarihinde erişilmiştir).	

*Uzamsal ilişki* ise genel olarak bir şekli/nesneyi bütünüyle hızlı ve doğru olarak zihinde döndürebilme yeteneği olarak ifade edilebilir (Lohman, 1988). Bu temel tanımdan hareketle uzamsal ilişki kategorisinde, genellikle şekillerin/cisimlerin döndürülmesini veya ötelenmesini gerektiren problemlere yer verilmiştir. Tablo 2'deki problemler bu gruptaki soruları oluşturmaktadır.



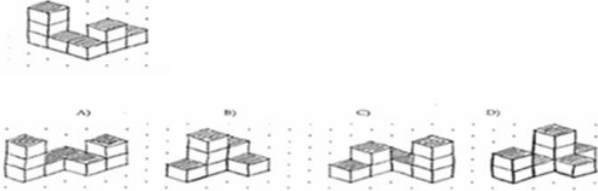
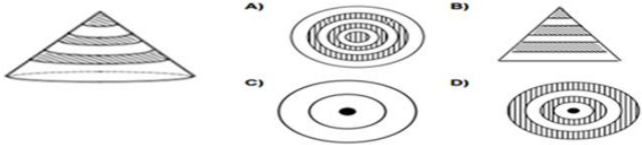

**Tablo 2.** Araştırmada Kullanılan Uzamsal İlişki Problemleri

<p><b>Dört Elemanlı Şekil Çevirme Sorusu:</b> Yandaki şıklarda verilen şekillerden hangisi örnekteki şeklin döndürülmesi ile elde edilmiştir? (Newton &amp; Bristoll'dan (2015) alınmıştır).</p>	<p>Örnek</p>
<p><b>Üç Elemanlı Şekil Çevirme Sorusu:</b> Seçenekteki şekillerden hangisi örnekteki şeklin döndürülmesi ile elde edilmiştir? (Newton &amp; Bristoll'dan (2015) alınmıştır).</p>	<p>Örnek</p>
<p><b>Cisim Çevirme Sorusu:</b> Yandaki şekil örnekte verilen şeklin yörüngesinde döndürüldüğünde aşağıdakilerden hangisi oluşur? (Guay'dan (1977) alınmıştır).</p>	<p>Örnek</p>
<p><b>Üç Boyuta Dönüşüm Yapma Sorusu:</b> Yandaki ABCD dikdörtgeninin AB kenarı etrafında 180° döndürülmesiyle oluşan cisimin şekli aşağıdakilerden hangisidir? (O.K.S., 1998)</p>	<p>A)  B)  C)  D) </p>
<p><b>Üç Kanatlı Cisim Çevirme Sorusu:</b> Yandaki şekil, örnekte verilen şeklin yörüngesinde döndürüldüğünde seçeneklerde verilen yapılardan hangisi elde edilir? (Guay'dan (1977) alınmıştır).</p>	<p>Örnek</p>

Uzamsal düşüncenin üçüncü bileşeni olan *uzamsal yönelim*, bir nesnenin farklı yönlerden görünümünün zihinde canlandırılması yeteneğini içerir (Lohman, 1988). Bu düşünce türü temel olarak bireylerin perspektif oluşturabilme yetenekleriyle alakalıdır. Alan yazında, üç boyutlu bir cisme farklı yönlerden bakarak arka plan görünümünü tespit etme ya da oluşacak iki boyutlu görüntüyü çizme türü etkinliklerin bu kategoride değerlendirildiğini görmekteyiz (McGee, 1979). Tablo 3'deki sorular bu amaç için kullanılmıştır.

**Tablo 3.** Araştırmada Kullanılan Uzamsal Yönelim Problemleri

<p><b>Küp Sıralama Sorusu:</b> Birim küplerden oluşmuş yandaki yapıda, numaralandırılmış küplerden hangisi çıkarıldığında yapının yüzey alanı değişmez? (S.B.S., 2011).</p>	<p>A) 1 B) 2 C) 3 D) 4</p>
<p><b>İki Boyutlu Şekilden Üç Boyutlu Perspektif Oluşturma Sorusu:</b> Kuş bakışı görünümü verilen yapının ARKA-SAĞ (ok ile gösterilen) köşeden bakıldığında görünümü seçeneklerde verilen yapılardan hangisi gibi olur? (Not: Şeklin üzerinde yazan sayılar üst üste gelmiş olan küp sayısını belirtmektedir) (Dursun'dan (2010) alınmıştır).</p>	<p>A)  B)  C)  D) </p>

<p><b>Üç Boyutlu Cismi Farklı Yönlerden Görüntüsünü Hayal Etme:</b> Yandaki resimde bir binanın görüntüsü verilmiştir. Aşağıdakilerden hangisi aynı binanın başka bir taraftan görüntüsünü oluşturmaktadır? (Dursun'dan (2010) alınmıştır).</p>	
<p><b>Üç Boyutlu Cisme Tepeden Bakarak İki Boyutlu Görünümünü Tespit Etme:</b> Şekildeki dik koninin tam tepesinden (kuş bakışı) bakıldığında seçeneklerde verilen görüntülerden hangisi elde edilir? (O.K.S., 1998).</p>	
<p><b>Arakesit Oluşturma:</b> Yandaki kesik dik kare piramit bir düzlemde şekildeki gibi kesildiğinde, ara kesit aşağıdakilerden hangisi gibi olur? (S.B.S., 2010).</p>	

Yazılı sınavdan sonra her iki gruptan seçilen 5 şer öğrenci (toplamda 10 öğrenci) ile yarı-yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Bu öğrenciler, uygulanan testin ön analiz sonuçları dikkate alınarak seçilmiştir. Görüşmelerde, uzamsal zekâ testinde kullanılan sorular öğrencilere teker teker yöneltilerek çözmeleri istenmiştir. Mülakatlar esnasında öğrencilerden soruyu nasıl çözdükleri, verilen düzlemsel şekilleri ve 3-boyutlu cisimleri zihinlerinde nasıl canlandırdıkları, çözüm sürecinde kullandıkları strateji ve taktikleri açık açık anlatmaları istenmiştir. Öğrencilerden sürekli sesli düşünceleri istenmiş ve bu vesileyle düşünce süreçlerine ulaşılmaya çalışılmıştır. Verdikleri cevaplara göre 'neden' ve 'niçin' içerikli yeni sorular yöneltilerek uzamsal düşünme yeteneklerinin niteliği anlaşılmasına çalışılmıştır. Öğrencilerle yapılan mülakatlar ses kayıt cihazı ile kaydedilmiş ve önemli noktalar mülakat esnasında veya hemen sonrasında araştırmacı tarafından yazılı olarak not edilmiştir. Cevaplarını yazılı olarak sunabilmeleri için öğrencilere kâğıt ve kalem temin edilmiştir. Her bir öğrenciyle yapılan mülakatlar 60 ila 90 dakika sürmüştür. Mülakatlar okul idarecilerinin tahsis ettikleri mekânlarda gerçekleştirilmiş ve bu süreçte bilimsel etik ilkelerine bağlı kalmıştır.

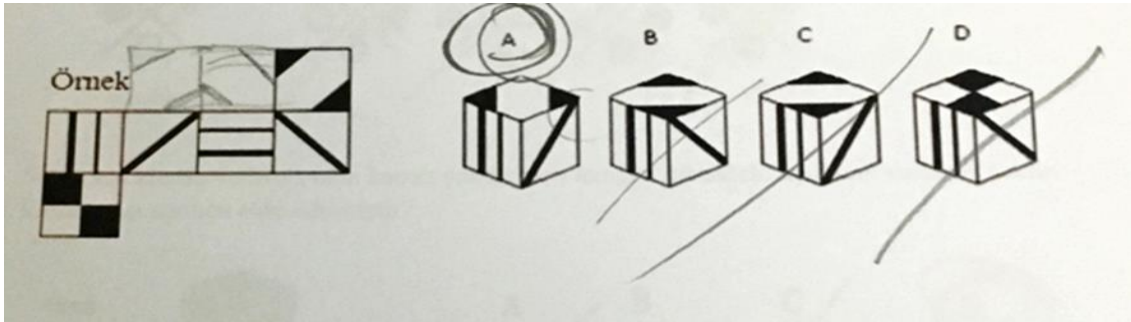
### Veri Analizi ve Kuramsal Çerçeve

Toplanan verilerin analizinde, giriş bölümünde sunulan teorik ve ampirik çalışmalardan genel manada teorik bir çerçeve olarak yararlanılmıştır (Ekstrom, French & Price, 1963; McGee,1979; Lohman, 1988; Olkun & Altun, 2003). İlk olarak çoktan seçmeli uzamsal zekâ testinden elde edilen veriler SPSS programında analiz edilerek yüzde ve frekans hesaplamaları yapılmıştır. Öğrencilerin genel başarı durumuna ilişkin buradan elde edilen sonuçlar ileriki kısımlarda tablolar halinde paylaşılmıştır.

Mülakat verilerinin çözümlenmesinde ise nitel veri analiz yöntemlerinden içerik ve söylem analizi metotları kullanılmıştır (Miles & Huberman, 1994; Yıldırım & Şimşek, 2011). İlk olarak ses kayıt cihazındaki veriler aslına sadık kalınarak çözümlenmiş ve yazılı doküman haline getirilmiştir. Analiz işlemleri bu dokümanlar üzerinden yürütülmüştür. Mülakat verilerinin analizinde alan yazın

kısımında izah edilen uzamsal görselleştirme, uzamsal ilişki ve uzamsal yönelim (Lohman, 1998) düşüncelerden kavramsal çerçeve olarak yararlanılmıştır. Ses kayıt cihazlarının deşifre edilmesiyle elde edilen dokümanlar birkaç kez okunmuş ve yapılan çözümün doğruluğu çözüm sürecinde kullanılan yöntem ve stratejiler, bu yöntem ve stratejilerdeki çeşitlilik ve işe koşulan düşüncenin niteliği gibi eldeki çalışmanın araştırma problemlerinde vurgulanan hususlara ilişkin kısa notlar alınmıştır. Sürecin ilerleyen aşamalarında ise söz konusu alanlarda tespit edilen anlam birimleri kısa kodlarla ifade edilmiştir. Kodlar, sergilenen düşüncelerin niteliği ve kullanılan yöntem ve stratejilerin doğallığını yansıtacak şekilde ortamdan üretilmiştir. Daha sonrasında ise ana tema olarak benzer düşünceleri içeren kodlar bir araya getirilerek genel kategoriler altında toplanmıştır.

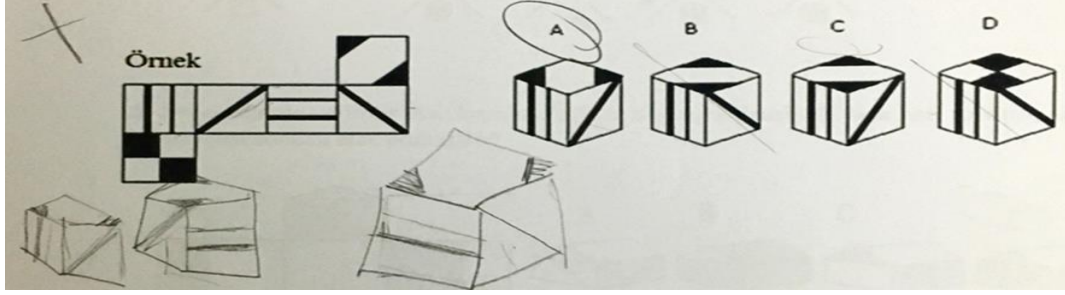
Süreçte yapılanların daha iyi anlaşılabilmesi için burada 'Küp Kapama' sorusuna ilişkin elde edilen verilen nasıl analiz edildiği kısaca açıklanacaktır. Yapılan incelemelerde öğrencilerin çok farklı şekillerde bu soruyu çözdükleri görülmüştür. Dolayısıyla, verilen şeklin/cismin herhangi bir noktasını (örneğin bir köşesini) referans alarak yapılan çözümler Nokta Referans Alma (NOK-REF) olarak kodlanmıştır. Benzer şekilde, verilen cismin/şeklin bir yüzeyini veya yüzeyi üzerindeki bir deseni referans alarak yapılan çözümler ise Alan Referans Alma (AL-REF) olarak kodlanmıştır. Bir diğeri ise katılımcıların şekilleri bir modelle özdeşleştirerek yaptığı çözümlerdir ki bu tür çözümler ise Model Referans Alma (MOD-REF) olarak kodlanmıştır. Sorunun çözümünde kimi öğrencilerin simetri düşüncesini işe koşarak çözümler yaptıkları görülmüştür. Bunlardan, eğik veya dikey çizgi eksenlerinin kullanıldığı ve açık hali verilen şeklin bu eksenler etrafında katlandığı çözümler Eksen Simetrisi (EK-SİM) şeklinde kodlanmıştır. Şeklin herhangi bir noktasının referans alındığı ve kapama işleminin bu noktaya göre simetri teşkil edecek şekilde gerçekleştirildiği çözümler ise Nokta Simetrisi (NOK-SİM) olarak kodlanmıştır.



**Alıntı 1.** Küp kapama sorusu için Rumeysa'nın simetri eksenini kullanarak yapmış olduğu çözüm.

Verilen şekil üzerinde herhangi bir referans noktası veya simetri eksenini kullanmadan, şeklin tamamına yoğunlaşarak bir bütün olarak şekli zihninde kapatarak sonuca ulaşan çözümler Tümevarım (TÜM-VAR) olarak kodlanmıştır. Süreci tersinden yürütenler ise, yani seçeneklerde verilen küplerden her birini bir bütün olarak zihninde canlandıran, referans noktası veya simetri eksenini kullanmaya ihtiyaç duymadan bu bütünü zihninde açarak sonuca ulaşan öğrencilerin yanıtları ise Tümdengelim

(TÜM-GEL) olarak kodlanmıştır. Aşağıda üstün zekâlı Nisa adlı öğrencinin Tümevarım (TÜM-VAR) olarak kodladığımız çözümü sunulmuştur.



**Alıntı 2.** Küp kapama sorusu için Nisa'nın bütüncül yaklaşımla yapmış olduğu çözüm.

Analizin son aşamasında ise kodlar arasındaki anlamsal ilişkiler incelenmiş; ana tema olarak aynı düşünceyi yansıtan kodlar beraberce değerlendirilerek genel kategoriler altında toplanmıştır. Örneğin, yukarıdaki NOK-REF, AL-REF ve MOD-REF kodlarının üçü de aynı nitelikte düşünceler içerdiği için (referans noktası kullanarak kapama işlemi yapıldığı için) birlikte değerlendirilmiş ve Referans Noktası Kullanma (REF-NOK-KUL) kategorisi altında toplanmıştır. Benzer şekilde, Eksen Simetrisi (EK-SİM) ve Nokta Simetrisi (NOK-SİM) kodları birlikte değerlendirilerek Simetrik Çözüm (SİM-ÇÖZ) kategorisi altında toplanmıştır. Yukarıda ifade edildiği şekilde Tümevarım (TÜM-VAR) ve tümdengelim (TÜM-GEL) stratejilerini işe koşarak çözüm yapanlar şeklin tamamını kafalarında canlandırıp bu sanal bütün üzerinden kapama işlemini gerçekleştirdikleri için Bütüncül Yaklaşım (BÜT-YAK) kategorisi altında toplanmıştır. Elde edilen kategoriler öğrencilerin başarı durumları ile birlikte değerlendirilmiş ve sonuçlar aşağıdaki tabloda görüldüğü gibi özetlenerek sunulmuştur.

**Tablo 1.** Küp kapama sorusu için kategori analizi

Gruplar	Mülakat Öğrencileri	Başarı Durumu	Kategoriler
Üstün zekâlı	Ahmet	Başarılı	Büt-Yak
	Rumeysa	Başarılı	Sim-Ek-Kul
	Abdülkerim	Başarılı	Ref-Nok-Kul
	Ertuğrul	Başarısız	Ref-Nok-Kul
	Nisa	Başarılı	Büt-Yak
Normal zekâlı	Arif	Başarısız	Ref-Nok-Kul
	Beyza	Başarılı	Ref-Nok-Kul
	Leyla	Başarısız	Ref-Nok-Kul
	Mahmut	Başarılı	Ref-Nok-Kul
	Enes	Başarılı	Ref-Nok-Kul

Diğer tüm soruların analizinde de benzer yöntem ve yaklaşımlar takip edilmiştir. Soruların matematiksel yapısı değiştiği için her bir soruya verilen cevapların analizinde farklı kodlar kullanılmıştır. Ancak, kodlar üzerinde yapılan tematik incelemeler neticesinde üretilen kodlar genel Referans Noktası Kullanma ve Bütüncül Yaklaşım kategorileri altında toplanmıştır. Bir sonraki bölümde bulgular sunulurken bu hususlara yer yer değinilmiş ve gerekli izahlar yapılmıştır.

## BULGULAR

Bulgular genel olarak, uzamsal düşünceyle ilişkili *uzamsal görselleştirme*, *uzamsal ilişki* ve *uzamsal yönelim* alt alanlarının her üçünde de üstün zekâlı öğrencilerin akranlarına kıyasla daha başarılı olduklarını göstermektedir. Araştırmada kullanılan tüm sorular bazında %20-%30 arasında değişen oralarda üstün zekâlıların daha fazla doğru yanıtlar verdikleri görülmüştür. Nitel bulgular ise gruplar arasındaki en temel farkın işe koşulan düşüncenin niteliği ile alakalı olduğuna işaret etmektedir. Normal zekâlı öğrencilerin verilen şekillerin/cisimlerin temsillerini zihinlerinde inşa edip bunlar üzerinden manipülasyonlar yapmada oldukça zorlandıkları anlaşılmaktadır. Daha çok eldeki şekillerin/cisimlerin kenarları ve köşeleri türünden kritik noktaları referans alarak bunlar yardımıyla adım adım işlemler yaptıkları görülmüştür. Üstün zekâlıların ise verilen şekillerin/cisimlerin temsillerini zihinlerinde canlandırıp bu sanal yapıları istenilen süreçler içerisinde tek bir nesne gibi kullanabildikleri görülmektedir. Ayrıca, yansıma simetrisi ve üslü sayılar türünden geçmiş bilgilerini işe koşarak bütüncül yaklaşımlar içeren aykırı çözümler yaptıkları görülmektedir. Bulguların sunumunda öncelikle uzamsal zekâ testinden elde edilen sonuçlar paylaşılmıştır. Bu bağlamda her üç alt alan için grup başarılarını yansıtan ortalama değerler sunulmuştur. Sonrasında ise uzamsal görselleştirme, uzamsal ilişki ve uzamsal yönelim alt alanlarına ilişkin nitel bulgular paylaşılmıştır. Bununla öğrenci gruplarının problemleri çözerken kullandıkları stratejiler ve bu süreçte işe koştukları düşüncelerin niteliğinin daha net olarak izah edilmesi amaçlanmaktadır. Bulguların anlaşılmasını kolaylaştırmak için yazılı kâğıtlarından ve öğrenci mülakatlarından alıntılar yapılmıştır.

Aşağıdaki tabloda öğrenci gruplarının her bir alt öğrenme alanındaki 5 soru için verdikleri doğru yanıtların gruplar bazında ortalama başarı yüzdeleri görülmektedir.

**Tablo 5.** Öğrenci gruplarının uzamsal düşüncenin alt alanlarındaki genel başarı düzeyleri (%)

	Uzamsal Görselleştirme	Uzamsal İlişki	Uzamsal Yönelim
Üstün zekâlı	%70,38	%70	%60,38
Normal zekâlı	%49,79	%48,92	%43,28

Tüm bileşenler için üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin doğru cevap yüzdeleri bakımından ayrıştıkları görülmektedir. Bu durum, üstün zekâlı öğrencilerin, normal zekâlı akranlarına kıyasla uzamsal düşünme yetenekleri bakımından daha başarılı olduğunu göstermektedir. Nicel veriler, her iki grubunda üç boyutlu cisim içeren problemlere kıyasla iki boyutlu şekil içeren soruların çözümünde daha başarılı olduklarını göstermektedir (bakınız, Tablo 6). Üç boyutlu cisimlerin zihinsel temsillerinin oluşturulması ve bunlar üzerinden manipülasyonların yapılması çok daha fazla bilişsel çaba ve gayret gerektiren bir durumdur. Her iki grubun başarısındaki düşüş bu gerçeğe ifade edilebilir.

**Tablo 6.** Öğrencilerin üç boyutlu cisim ve iki boyutlu şekil içeren problemlerdeki başarı durumları (%)

	Üç Boyut Cisim İçeren Problemler	İki Boyut Şekil İçeren Problemler
Üstün Zekâlı	%60,8	%83,75
Normal Zekâlı	%42,6	%59,5

#### Uzamsal Görselleştirme Alt Alanına İlişkin Nitel Bulgular

Nitel bulgular, üstün zekâlıların doğru yanıt üretmenin yanı sıra çözüm sürecinde sergiledikleri düşüncenin niteliği bakımından da akranlarından daha ileride olduklarını göstermektedir. Kullanılan stratejiler ve bu bağlamda işe koşulan düşüncelerin niteliğinin uzamsal düşüncenin alt alanlarına göre kısmen de olsa farklılaştıkları görülmüştür. Bu nedenle nitel bulgular *uzamsal görselleştirme*, *uzamsal ilişki* ve *uzamsal yönelim* sıralaması çerçevesinde paylaşılacaktır. Mülakatların analizinden elde edilen bulgular üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin, kullandıkları strateji türleri ve bu stratejileri kullanarak yaptıkları çözümlerdeki başarı durumları bakımından farklılaştıklarını göstermektedir. Her iki gruptan beşer öğrenci ile mülakatların gerçekleştirildiğini hatırlatmak isteriz. Bu durumda uzamsal görselleştirme alt alanındaki beş soru için gruplarca 25’şer tane çözüm yapılmıştır. Bu çözümlerde kullanılan stratejilere ilişkin istatistiksel bulguların gruplara göre dağılımı Tablo 7’de sunulmuştur.

**Tablo 7.** Uzamsal görselleştirme problemlerinin çözümünde kullanılan stratejilere ilişkin mülakat bulguları.

Kullanılan Yaklaşım	Üstün Zekâlı		Normal Zekâlı	
	Frekans	Yüzde	Frekans	Yüzde
Bütüncül Yaklaşım	14	%56	7	%28
Referans Noktası Kullanma	7	%28	18	%72
Matematiksel Yaklaşım	2	%8	-	-
Simetri Eksenini Kullanma	2	%8	-	-
Toplam	25	%100	25	%100

Üstün zekâlıların bütüncül yaklaşımla çözüm yapma noktasında akranlarına kıyasla oldukça başarılı oldukları görülmektedir. Bu gruptaki öğrenciler yaptıkları çözümlerin %56’sında bütüncül yaklaşımı kullanırken normal zekâlılar için bu oranın %28’de kaldığı görülmektedir. Normal zekâlılar %72 oranında referans noktası kullanma stratejisini tercih ettikleri görülmektedir. Dikkat çeken bir diğer husus ise üstün zekâlıların simetri eksenini ve matematiksel yaklaşım türünden farklı düşünceler içeren stratejilerle de çözüm yapmış olmalarıdır. Nitel bulgular öğrenci gruplarının strateji tercihlerinin yanı sıra bu stratejileri kullanmadaki başarıları açısından da farklılaştıklarını göstermektedir. Tablo 8’de görüldüğü üzere üstün zekâlılar kullandıkları 25 stratejide yalnız sadece bir kez başarısız olurken, normal zekâlılar 25 çözümün 7’sinde başarısız olmuşlardır. Mülakat öğrencilerinin kullandıkları stratejiler ve başarı durumlarının sorular bazında dağılımı Tablo 8’de sunulmuştur.

**Tablo 8.** Uzamsal Görselleştirme Problemleri İçin Kullanılan Stratejiler ve Başarı Durumu

	Öğrenciler	Küp Kapama	Bütün Parça İlişkisi	Prizma Kapama	Parça Bütün İlişkisi	Kâğıt Katlama
Üstün Zekâlı	Ahmet	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı
	Rumeysa	Sim-Ek-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Sim-Ek-Kul/ Başarılı
	Abdulkerim	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı
	Ertuğrul	Ref-Nok-Kul/ <b>Başarısız</b>	Mat-Yak/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı
	Nisa	Büt-Yak/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Mat-Yak/ Başarılı
Normal Zekâlı	Arif	Ref-Nok-Kul/ <b>Başarısız</b>	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı
	Beyza	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ <b>Başarısız</b>	Ref-Nok-Kul/ Başarılı
	Leyla	Ref-Nok-Kul/ <b>Başarısız</b>	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ <b>Başarısız</b>	Büt-Yak/ <b>Başarısız</b>	Ref-Nok-Kul/ Başarılı
	Mahmut	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı
	Enes	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ <b>Başarısız</b>	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ <b>Başarısız</b>

**Kısaltmalar:** **Büt-Yak:** Bütüncül yaklaşım; **Sim-Ek-Kul:** Simetri eksenini kullanma; **Ref-Nok-Kul:** Referans noktasını kullanma; **Mat-Yak:** Matematiksel Yaklaşım

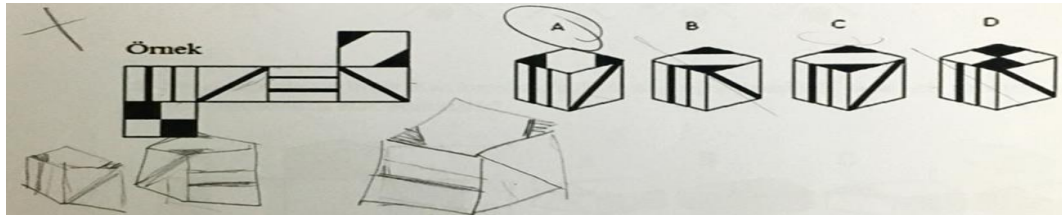
Bütüncül yaklaşım stratejisini kullanan 14 üstün zekâlı öğrencinin tamamı başarılı çözümler yaparken aynı stratejiyle çözüm yapmaya çalışan normal zekâlı 7 öğrenciden 3 tanesi başarısız olmuştur. Bütüncül yaklaşım stratejisiyle çözüm yapan öğrencilerin verilen cisim/şekli tek bir matematiksel obje olarak zihinlerinde canlandırabildiği, söz konusu matematiksel yapı üzerinde herhangi bir yardımcı unsura (köşe, kenar, yüzey, yüzeyler üzerindeki desenler, vs. gibisinden referans noktaları) ihtiyaç duymadan gerekli işlemleri zihinden yürütebildikleri görülmüştür. Aşağıda bu stratejinin nasıl kullanıldığına ilişkin üstün zekâlılar grubundan Nisa isimli öğrenciyle Küp Kapama sorusu üzerine yapılan mülakattan bir alıntı. **Diyalog 1:**

**Araştırmacı:** Bu sorunun çözümünde nasıl bir yol takip ettin?

**Nisa:** Şekli kapatıp beynimde şekillendirdim; hangi yüzün nereye geleceğini tam belirlemek için kâğıt üzerine şeklin bütünü çizdim ve şekli daha rahat gördüm....

**Araştırmacı:** Diğer öğrenciler tarafından zorlanılan bir soruydu senin için nasıldı?

**Nisa:** Benim için çok zor değildi; zihnimde canlandırıp çizdikten sonra doğru yanıtı bulmak kolay oldu....



**Alıntı 3.** Küp kapama sorusu için Nisa'nın bütüncül yaklaşımla yapmış olduğu çözüm.

Açık hali verilip kapalı hali istenilen küp kapama ve prizma kapama sorularının çözümünde bir kişi hariç normal zekâlıların referans noktası kullanma stratejisini tercih ettikleri görülmektedir. Bu öğrenciler açık hali verilmiş olan cismin kritik noktalarını (herhangi bir yüzeyini ya da yüzeyler üzerindeki desenler, vs.) referans olarak bunlar arasındaki ilişkilerden hareketle aşamalı bir çözüm süreci işletmişlerdir. Aşağıdaki diyalogda Arif şekli zihninde canlandırıp kapamaya çalıştığını ancak başaramadığını ifade etmektedir. Sonrasında ise referans noktaları yardımıyla şeklin kapalı ve açık halleri arasında karşılaştırmalar yaparak sonuca ulaşmaya çalışmaktadır. Diyalogdaki izahlar referans noktası kullanarak yapılan çözümlerin temel karakteristiğini çok güzel örneklemektedir. **Diyalog 2:**

**Araştırmacı:** ... Birinci soruyu nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

**Arif:** Önce kafamda şekli birleştirmeye çalıştım. Ama olmadı; bu yoldan denediğimde tam olarak hayal edemedim.

**Araştırmacı:** Neden?

**Arif:** Bu yoldan denediğimde tam olarak hayal edemedim. Şekli tam olarak kafamda canlandıramadım. Bana karışık geldi biraz. ...

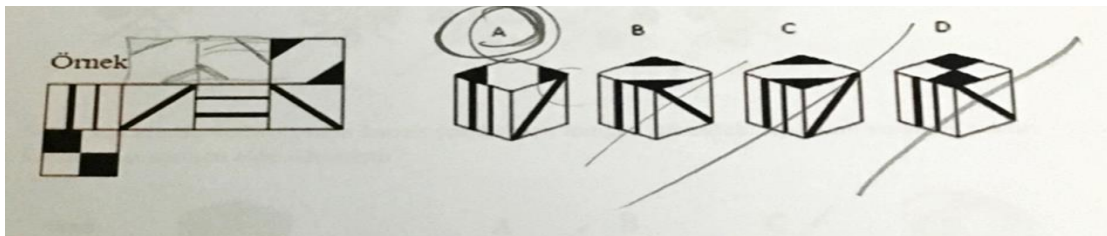
**Araştırmacı:** Peki daha sonra ne yaptın?

**Arif:** Sonra şunu fark ettim şıklara baktığımda D olmayacağını gördüm çünkü altta olması gereken şekil üst tarafta görünüyordu. C de olamazdı çünkü çapraz görünen doğru parçası üstteki karenin köşesindeki boyalı kısımlara gelmesi gerekli.

**Araştırmacı:** Peki B ve A şıklarından hangisi olacağına nasıl karar verdin?

**Arif:** Aslında iki şık arasında kaldım. İkisini de açmayı denedim bana B şıkkı olacak gibi geldi.

Simetri eksenini kullanma stratejisi sadece üstün zekâlı öğrenciler tarafından tercih edilmiştir. Bu öğrenciler verilen şekil/cisim üzerinde yatay/dikey eksenler çizdikten veya bir noktayı simetri eksenini olarak belirledikten sonra bu simetri eksenini etrafında açma/kapama işlemini zihinlerinde yaparak sonuca ulaşmışlardır. Buna ilişkin örnek bir çözüm aşağıda görülmektedir.



**Alıntı 4.** Küp kapama sorusu için Rumeysa'nın simetri eksenini kullanarak yapmış olduğu çözüm.

Rumeysa yaptığı çözümün mantığını ve bu süreci nasıl işlettiğini mülakatta şöyle izah etmiştir:

**Diyalog 3:**

**Araştırmacı:** Bu sorunun çözümünde nasıl bir yol takip ettin?



**Rumeysa:** Önemli olan, yani görsel de verilmiş, yüzlerin dizilişlerine baktım üst taraftaki yüzün iki defa yansımalarını aldım, hangi yüzeylerin üstüne nasıl konumlanacağını bularak sonuca ulaştım. A şıkkı olacağı açıktı...

**Araştırmacı:** Farklı bir yol kullanmışsın, simetri eksenleri kullanarak çözüm yapmışsın; neden bu yolu tercih ettin?

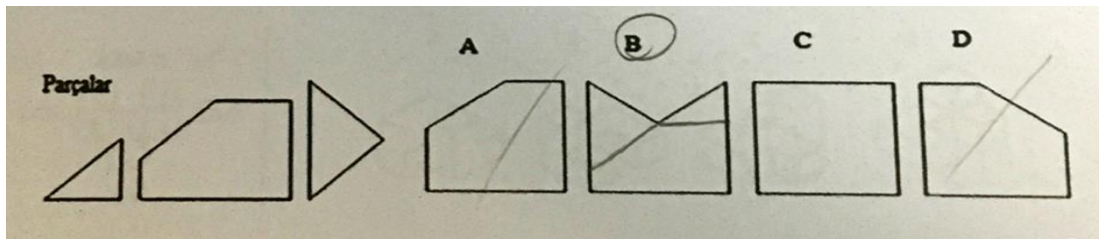
**Rumeysa:** Çünkü şeklin yüzeyleri birbirinin üstüne yansımaları şeklinde gelmesi gerekiyordu. Aşağıdaki yüzlerde aynı şekilde olmalı...

**Araştırmacı:** Peki bu tip sorularla daha önce karşılaşmış bu yöntemi kullanarak çözdün mü?

**Rumeysa:** Görüntülerin aynadaki yansımalarını bulmak hep hoşuma gider. İlgimi çeker ve bu tür sorularla babam mimar olduğundan sürekli karşılaştım; babam sayesinde tabii ki. ...

Öğrencinin yansıma simetrisinin özelliklerinden de faydalanarak şekli zihninde kapatıp doğru cismi elde ettiği anlaşılmaktadır. Simetri eksenini stratejisinin, bütüncül yaklaşım stratejisiyle aynı nitelikte olduğunu belirtmek isteriz. Bütüncül yaklaşımından farkı bu stratejide yürütülen zihinde açıp kapa işleminin yine zihinde çizilen bir eksen etrafında yapılıyor olmasıdır.

Nitel bulgular üstün zekâlıların üstünlüğünü devam ettirmekle birlikte her iki grubunda üç boyutlu cisimlere kıyasla iki boyutlu geometrik şekilleri manipüle etmede bütüncül yaklaşımı daha başarılı kullandıklarını göstermektedir. Bu durum, uzamsal yetenek testinde üstün zekâlıların, normal zekâlı öğrencilerden bariz bir şekilde daha başarılı olduğu 'Parça Bütün' sorusunda kendini göstermektedir. Üstün zekâlılar genelde parçaları bir araya getirerek bütünü elde etmek yerine seçeneklerde verilen bütünleri zihinlerinde parçalayarak doğru yanıtı bulmaya çalışmışlardır. Aşağıda üstün zekâlı gruptan Ahmet isimli öğrencinin yazılı sınavda bu soruya verdiği yanıt görülmektedir.



**Alıntı 5.** Parça bütün sorusu için Ahmet'in bütüncül yaklaşım kullanarak yaptığı çözüm.

Yukarıdaki yazılı yanıtın öğrencinin bütünleri zihninde parçalayarak sonuca ulaşmaya çalıştığı anlaşılmaktadır. Mülakatta Ahmet bu işlemi zihninde nasıl yaptığını şöyle ifade etmiştir: **Diyalog 4:**

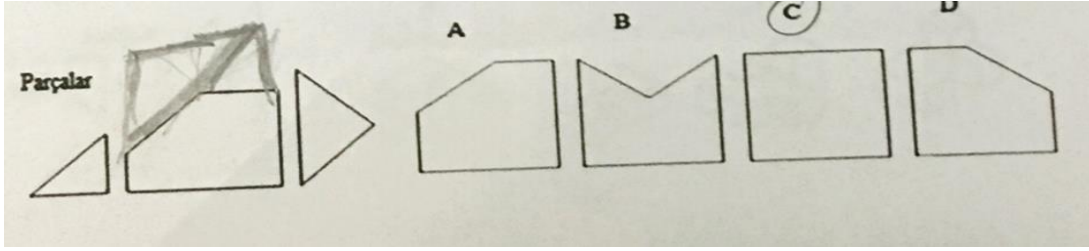
**Araştırmacı:** Bu soruyu nasıl çözdün, açıklar mısın?

**Ahmet:** Önce şekilleri bir bütün olarak zihnimde hayal ettim; hangilerinin bu parçalarla oluşabileceğini düşündüm.

**Araştırmacı:** Doğru şekle nasıl karar verdin?

**Ahmet:** Şıklardaki şekilleri parçalarına ayırmaya çalıştım; her bir şekli kafama aldım ve sonra bunları zihnimde [parçalarına] ayırmaya çalıştım. B şikkını parçaladığımda şekli bulmuş oldum...

Bu sorunun çözümünde normal zekâlı mülakat öğrencilerinin tamamının bütüncül yaklaşım sergiledikleri görülmüştür. Üstün zekâlılardan farklı olarak bu öğrenciler parçaları zihinlerinde bir araya getirerek bütünü elde etmeye çalışmışlardır; ancak bunlardan 3 tanesi başarılı olabilmıştır. Başarısız olan Beyza ve Leylanın parçaları zihinlerinde canlandırıp anlamlı bir bütün teşkil edecek şekilde organize edemedikleri anlaşılmıştır. Bu durum Beyza ile yapılan mülakattan alınan aşağıdaki diyalogda açıkça görülmektedir. **Diyalog 5:**



**Alıntı 6.** Parça bütün sorusuna ilişkin Beyza'nın bütüncül yaklaşım kullanarak yaptığı çözüm.

**Beyza:** ... Şekildeki parçaları birleştirerek bir bütün oluşturmaya çalıştım.

**Araştırmacı:** Şekilleri nasıl bir araya getirdin?

**Beyza:** Öncelikle büyük parçayı çevirerek sol tarafa geleceğini düşünerek çizdim...

**Araştırmacı:** Peki diğer parçaları nasıl koydun yerlerine; onlarda da döndürme yaptın mı?

**Beyza:** Hayır onda değişiklik yapmama gerek kalmadı. Sağ taraftaki boşluğu tamamlıyordu ve cevap C oldu...

**Araştırmacı:** Peki soruyu daha farklı bir yaklaşımla çözebilir misin?

**Beyza:** Nasıl yani?

**Araştırmacı:** Sence parçaları şeklin üstünde daha farklı birleştirebilir miydin?

**Beyza:** Bilmiyorum ki olabilir ama ben doğru yaptığımı düşünüyordum...

Diyalogdan Beyza'nın her bir parçayı kendi bağlamında birer nesne olarak kafasında canlandırmaya çalıştığı ve bunda da kısmen başarılı olduğu; ancak gerekli zihinsel manipülasyonları yaparak bütün teşkil edecek şekilde parçaları organize edemediği anlaşılmaktadır.

Uzamsal görselleştirme alt alanıyla alakalı son olarak “*Kâğıt Katlama*” sorusuna ilişkin bulguları paylaşacağız. Yazılı sınavda bu sorunun çözümünde üstün zekâlıların bariz şekilde akranlarından başarılı olduklarını hatırlatmak isteriz. Mülakat bulguları gruplar arası farkın yine düşüncenin niteliğiyle alakalı olduğunu göstermektedir. Burada, farklı bir yaklaşım içermesi nedeniyle üstün zekâlı gruptan Nisa ile yapılan mülakattan bir alıntı paylaşılmıştır. **Diyalog 6:**

**Araştırmacı:** Soruyu nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

**Nisa:** Kâğıt katlama soruları aslında üslü sayılarla yapılabilecek [çözülebilecek] sorulardır.

**Araştırmacı:** Hangi soruların çözümünde kullanabilirsin üslü sayıları örnek verir misin?

**Nisa:** Örneğin bir kare [şeklindeki] kâğıdı ortadan ikiye katlayalım ve daha sonra iki kez daha ortadan katlayalım sonucunda oluşacak kare sayısı  $2^3=8$  tane olur.

**Araştırmacı:** Peki bizim sorumuzda bunu nasıl uyguladın?

**Nisa:** Soruya baktığımda kâğıt önce ortadan bir kez, daha sonrada köşedeki kat yerinden bir kez daha katlanmıştı; bu durumda  $2 \times 2=4$  parça üst üste gelmiş olur. Bu da kâğıt delindiğinde 4 parçanın birden delineceği manasına gelir. ... Bu yüzden diğer seçenekleri eledim. ... Şekildeki delikler sağa tarafa olduğundan B şikkını işaretledim. ... Aslında ben kafamda canlandırıyorum da anlatmakta zorlanıyorum; ... Nasıl desem ki, son katlamada kâğıdın açık halindeyken ki sağ alt ve üst kısımları üst üste biniyor ya, onun için deliklerin ikisi sağ alt ve üst kısımlarda olacak, diğer ikisi de ortalara daha yakın olacak... İşte şöyle bir şey olur [B seçeneğini işaret ediyor] ...

Öğrencinin kâğıt üzerinde oluşacak delik sayısını tespit etmek için üslü sayı mantığını başarılı bir şekilde kullandığı açıktır. Ancak Nisan'ın yaklaşımı aritmetik temelli prosedürel bir yaklaşıma indirgenemez; uzamsal düşüncenin de aktif olarak kullanıldığı görmekteyiz. Diyaloğun son paragrafında katlamalar neticesinde dört parçanın üst-üste bineceği, delme işlemi neticesinde kâğıt üzerinde dört adet deliğin oluşacağı ve bunların kâğıdın sağ yanında dağılım göstereceği; bu deliklerden iki tanesinin kâğıdın sağ alt ve üst köşelerinde diğer ikisinin ise orta kısımlara yakın olacağı ifade edilmektedir. Öğrencinin ifadelerinden olayı kafasında canlandığı açıkça anlaşılmaktadır.

### Uzamsal İlişki Alt Alanına İlişkin Nitel Bulgular

Uzamsal ilişki alt alanındaki sorular, şekil ve cisimlerin zihinde canlandırılması ve bu sanal nesnelere üzerinde döndürme ve öteleme işlemlerinin yapılmasını içermektedir. Öğrenciler soruları bütüncül yaklaşım ve referans noktası kullanma stratejileriyle çözmeye çalışmışlardır. Mülakat bulguları grupların strateji tercihlerinin yanı sıra stratejileri kullanmadaki başarıları açısından da farklılaştığını göstermektedir. Her bir grup tarafından 25'şer adet çözüm yapılmıştır. Tablo 9'da görüldüğü üzere üstün zekâlılar yaptıkları çözümlerin %60'ında bütüncül yaklaşım sergilerken normal zekâlılar %44 oranında bu stratejiyi kullanmıştır. Referans noktası kullanılan çözümlerin oranı üstün zekâlılar için %40 iken normal zekâlılar için %56 olmuştur.

**Tablo 9.** Uzamsal ilişki problemlerinin çözümünde kullanılan stratejilere ilişkin mülakat bulguları.

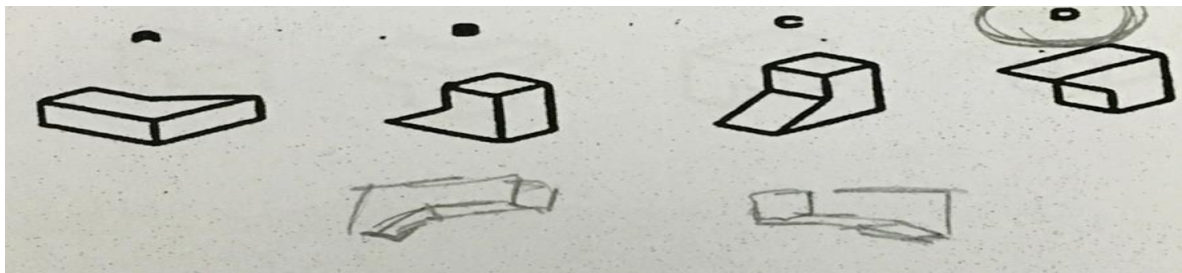
Kullanılan Yaklaşım	Üstün Zekâlı		Normal Zekâlı	
	Frekans	Yüzde	Frekans	Yüzde
Bütüncül Yaklaşım	15	%60	11	%44
Referans Noktası Kullanma	10	%40	14	%56
Toplam	25	%100	25	%100

Mülakat öğrencilerinin söz konusu stratejileri kullanmadaki başarılarına ilişkin bulgular ise Tablo 10’da görülmektedir.

**Tablo 10.** Uzamsal İlişki Problemleri İçin Kullanılan Stratejiler ve Başarı Durumu

Öğrenciler	Dört Elemanlı Şekil Çevirme	Üç Elemanlı Şekil Çevirme	Cisim Çevirme	Üç Boyuta Dönüşüm Yapma	Üç Kanatlı Cisim Çevirme	
Üstün Zekâlı	Ahmet	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarısız	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı
	Rumeysa	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı
	Abdülkerim	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı
	Ertuğrul	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı
	Nisa	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı
Normal Zekâlı	Arif	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarısız	Büt-Yak/ Başarısız	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı
	Beyza	Ref-Nok-Kul/ Başarısız	Büt-Yak/ Başarısız	Büt-Yak/ Başarısız	Büt-Yak/ Başarısız	Büt-Yak/ Başarısız
	Leyla	Ref-Nok-Kul/ Başarısız	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarısız	Ref-Nok-Kul/ Başarılı
	Mahmut	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarısız
	Enes	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarısız	Büt-Yak/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı

Üstün zekâlı öğrenciler yaptıkları 25 çözümden sadece 1 tanesinde başarısız olurken normal zekâlılar 25 çözümün 13’ünde başarısız olmuşlardır. Bu grup tarafından yapılan 13 başarısız çözümün 9’unda bütüncül yaklaşım stratejisinin kullanıldığını dikkatleri çekmektedir. Bu duruma ilişkin örneklemeler “Cisim Çevirme Sorusu” üzerinden yapılacaktır. Bu soru için yazılı sınavda üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin doğru cevaplama yüzdelerinde diğer uzamsal ilişki sorularına göre düşüş olduğunu belirtmek isteriz. Mülakatta ise üstün zekâlı öğrencilerden bir tanesi normal zekâlılardan ise üç tanesi başarısız olmuştur ki bunların bütüncül yaklaşım stratejisiyle çözüm yapanlar olduğu görülmektedir. Aşağıdaki alıntı Ertuğrul isimli öğrencinin yazılı sınavdaki yanıtını içermektedir.



**Alıntı 7:** Cisim çevirme sorusu için Ertuğrul’un bütüncül yaklaşım ile yaptığı çözüm

Mülakatta ise Ertuğrul yaptıklarını aşağıdaki şekilde izah etmiştir. Yapılan açıklamadan Ertuğrul’un çözümü yaparken herhangi bir referans noktası kullanmadığı; ilk olarak örnekte verilen şeklin dönme açısını ve yörüngesini belirlediği; sonrasında ise bu çıkarımlarını çözümü istenen soruya uyguladığı anlaşılmaktadır. Öğrenci bu süreçte cismi bir bütün olarak zihninde çevirdiğini, kafasında canlanan yapıları ise kâğıda aktardığını ifade etmektedir. **Diyalog 7.**

**Araştırmacı:** Soruyu nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

**Ertuğrul:** Öncelikle örnekte verilmiş şeklin nasıl döndüğünü bulmaya çalıştım...

**Araştırmacı:** Zor oldu mu senin için?

**Ertuğrul:** Hayır çok zor olmadı cisim öne doğru 90° bir dönme yapmış daha sonrasında ise 90° sola doğru dönmüş...

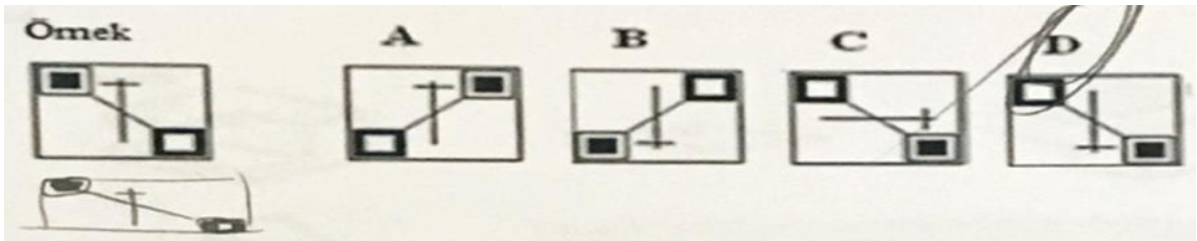
**Araştırmacı:** Peki bunu senden istenen cisme nasıl uyguladın?

**Ertuğrul:** Bu durumun aynısını sorulan cisme uygulamaya çalıştım...

**Araştırmacı:** Bunun yaparken cismin herhangi bir köşesini ya da yüzünü göz önünde bulundurarak mı çözdün?

**Ertuğrul:** Hayır öyle yapmadım; cismi bir bütün olarak aynı dönme açılarıyla zihnimde çevirmeye çalıştım; yani kafamda çevirdim, oluşan görüntüleri de kâğıda çizdim. ...

Uzamsal ilişki alt alanındaki soruların çözümünde referans noktası alma stratejisini kullananların verilen şeklin/cismin üzerindeki görsel elemanlar yardımıyla işlem yaptıkları görülmüştür. Döndürme neticesinde bu elemanların alacakları konumlarla seçeneklerde verilenler arasında ilişkiler kurarak doğru yanıtı bulmaya çalışmışlardır. Her iki grubun bu stratejiyi kullanma oranları birbirine yakın olsa da niteliksel açıdan farklılaştığı görülmektedir. Üstün zekâlı öğrenciler, şeklin üzerinde birden fazla referans noktası kullanarak soruyu çözmeye çalışırken, normal zekâlılar genellikle tek bir noktayı referans alarak veya üzerinde şekil bulunan kâğıtları somut modeller gibi döndürerek çözüm yapmaya çalışmışlardır. Bu durum, referans noktası kullanarak problemlere çözüm arayan üstün zekâlı öğrencilerin kullandıkları kritik noktaları birden fazla seçerek düşüncelerinin doğruluğunu kanıtlamaya çalıştıkları şeklinde yorumlanabilir. Ayrıca, üstün zekâlı öğrencilerin düşünceyi çok yönlü kullanarak farklı açılardan da sonuca ulaşmaya çalıştıkları şeklinde de yorumlanabilir. Bahsi geçen durumu örneklendirmek için “Üç Elemanlı Şekil Çevirme” sorusuna ait nitel bulgular paylaşılacaktır. Aşağıda üstün zekâlı öğrencinin referans noktasını nasıl temsilen Nisa isimli öğrencinin çözümü paylaşılmıştır.



**Alıntı 9:** Nisa'nın referans noktası kullanarak yaptığı çözüm.

Yukarıdaki çözüm üzerine araştırmacı ile Nisa arasında şöyle bir diyalog geçmiştir. **Diyalog 8:**

**Araştırmacı:** Sorunun çözümündeki kritik nokta sence neydi?

**Nisa:** Bence ortada olan ‘T’ harfine benzeyen şekildi...

**Araştırmacı:** Peki bu şekli nasıl kritik nokta olarak kullandın?

**Nisa:** Bu şeklin üst ve alt tarafındaki şekillerin yönünü referans aldım...

**Araştırmacı:** Biraz daha açar mısın?

**Nisa:** Şöyle çözmeye çalıştım üstteki ‘T’ ye benzeyen şeklin solunda bulunan içi siyah kare ve sağında bulunan içi beyaz kareyi referans aldım...

**Araştırmacı:** Peki bu iki nokta senin için neden önemli?

**Nisa:** Bu şekiller her dönmede şeklin aynı taraflarında olması gerekli; ne kadar dönse de içi siyah kare ortadaki şeklin solunda içi beyaz kare ortadaki şeklin sağında olmalı diye düşündüm ve sonuç olarak D seçeneği doğru dönmeyi göstermekteydi.

Öğrencinin şeklin üzerindeki içi boş ve dolu olan kutucukları ve “T” şeklindeki figürü referans olarak kullandığı açıktır. Şekil hangi yöne dönerse dönsün bu kutucukların ortadaki “T” şeklindeki figüre göre konumlarının değişmeyeceği gerçeğinden hareketle doğru cevabı bulmuştur. Normal zekâlı gruptan Mahmut isimli öğrenci ise zihinsel dönüşümler yapmak yerine sınav kâğıdını bir model (materyal) olarak kabul edip döndürme işlemlerini bu model üzerinden yapmayı tercih etmiştir. Ancak, referans noktaları kullanarak zihinden döndürme işlemlerine göre daha az bilişsel yük getiren bu stratejiyi kullanmasına rağmen başarılı olamamıştır. Mülakatta bu yaklaşımın birden fazla normal zekâlı öğrenci tarafından kullanıldığını belirtmek isteriz. **Diyalog 11:**

**Araştırmacı:** Soruyu çözerken kullandığın yöntemi açıklar mısın?

**Arif:** Soruyu seçeneklere göre incelemek yerine teker teker sağa doğru döndürdüm...

**Araştırmacı:** Bu sağa doğru döndürmeden kastettiğin şekli zihninde yaptığın çevirme işlemi mi?

**Arif:** Hayır şekli değil ben kâğıdı çevirdim sağa doğru; sanırım 90 derece oluyor yaptığım dönme...

**Araştırmacı:** Kaç defa çevirdin kâğıdı?

**Arif:** İki defa sağa çevirdim ve doğru cevabı buldum...

**Araştırmacı:** Neden iki defa çevirdin kâğıdı?

**Arif:** Seçenekleri inceledim A da şeklin dönmemiş hali vardı; B ve D sağa iki defa dönmüş hali; C de ise bir defa sağa dönmüş hali vardı. B ve D şıklarından biri olacaktı kâğıdı çevirdiğimde B oldu...

## Uzamsal Yönelim Alt Alanına İlişkin Nitel Veriler

*Uzamsal yönelim* en temelde şekillerin/cisimlerin farklı açılardan görüntülerini zihinde canlandırabilme yeteneğini içerir. Cisimlerin farklı açılardan bakıldığında nasıl bir görünüme sahip olduklarının belirlenmesini, arka plan görünümünün hayal edilmesini ve görünmeyen yüzeylerin ve ayrıtların hangilerinin olacağını tespitini içeren soru türleri bu kategoride kullanılabilir en tipik problemlerdir. Tablo 11’de mülakat öğrencilerinin bu alandaki problemleri cevaplarken kullandıkları stratejilere ilişkin bulgular görülmektedir.

**Tablo 11.** Uzamsal yönelim problemlerinin çözümünde kullanılan stratejilere ilişkin mülakat bulguları.

Kullanılan Yöntem	Üstün Zekâlı		Normal Zekâlı	
	Frekans	Yüzde	Frekans	Yüzde
Bütüncül Yaklaşım	22	%88	15	%60
Referans Noktası Kullanma	3	%12	10	%40
Toplam	25	%100	25	%100

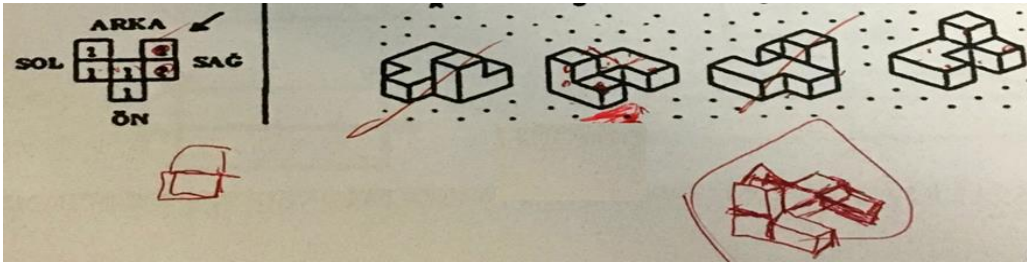
Üstün zekâlı öğrencilerin %88, normal zekâlıların ise %60 oranında bütüncül yaklaşım sergiledikleri görülmektedir. Uzamsal düşüncenin diğer iki alt alanına kıyasla uzamsal yönelim sorularının çözümünde her iki grubun da bütüncül yaklaşım stratejisini daha çok kullandıkları dikkat çekmektedir. Diğer alt alanlarda olduğu gibi uzamsal yönelim sorularının çözümünde de tercih edilen stratejilerin kullanımındaki başarı noktasında gruplar arasında üstün zekâlılar lehine ciddi bir farkın olduğu görülmektedir (bakınız, Tablo 12).

**Tablo 12.** Uzamsal Yönelim Problemleri İçin Kullanılan Stratejiler ve Başarı Durumu

Öğrenciler	Küp Sıralama	İki Boyutlu Şekilden Üç Boyutlu Perspektif Oluşturma	Üç Boyutlu Cisme Perspektif Bakış	Üç Boyutlu Cisme Tepeden Bakma	Ara Kesit Perspektifi	
Üstün Zekâlı	Ahmet	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı
	Rumeysa	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı
	Abdulkerim	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı
	Ertuğrul	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı
	Nisa	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı
Normal Zekâlı	Arif	Büt-Yak/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarısız	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı
	Beyza	Büt-Yak/ Başarısız	Ref-Nok-Kul/ Başarısız	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarısız
	Leyla	Büt-Yak/ Başarısız	Ref-Nok-Kul/ Başarısız	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı
	Mahmut	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarısız	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarısız
	Enes	Büt-Yak/ Başarısız	Büt-Yak/ Başarılı	Ref-Nok-Kul/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarılı	Büt-Yak/ Başarısız

Bir çözüm hariç diğer tüm çözümlerde üstün zekâlıların bütüncül yaklaşım sergiledikleri ve bunların tamamının da başarılı çözümler yaptıkları görülmektedir. Normal zekâlılar ise kullandıkları

25 stratejinin 10 tanesinde başarısız olmuşlardır. Mülakatlarda her iki grup öğrencinin de perspektif oluştururken verilen şekilleri/cisimleri bir bütün olarak zihinlerinde canlandırmaya çalıştıkları görülmüştür. Ancak normal zekâlıların bu süreçte oldukça zorlandıkları gözlemlenmiştir. Bu grup tarafından yapılan 10 başarısız çözümün 7 tanesinde bütüncül yaklaşımın kullanıldığını not etmek isteriz. Bu bağlamda ‘İki Boyutlu Şekilden Üç Boyutlu Perspektif Oluşturma’ sorusu zengin bulgular üretmiştir. Bu soru, iki boyutlu şeklin üç boyutlu bir cisim olarak hayal edilmesini ve zihinde canlandırılan bu yapının soruda belirtilen açı altında perspektifinin zihinde inşasını gerektirmektedir. Bu soruda üstün zekâlıların hepsi bütüncül yaklaşım stratejisiyle başarılı çözümler yaparken normal zekâlı 5 öğrenciden 4’ünün başarısız olduğu ve bunlardan üçünün referans noktası kullandıkları görülmüştür. Aşağı Ahmet isimli öğrencinin yazılı sınavda yaptığı çözüm görülmektedir.



**Alıntı 10:** İki boyutlu şekilden üç boyutlu perspektif oluşturma sorusu için Ahmet’in bütüncül yaklaşım kullanarak yaptığı çözüm

Ahmet’in çözüm sürecinde işe koştığı düşüncenin niteliği aşağıdaki diyalogdan anlaşılmaktadır: **Diyalog 12:**

**Araştırmacı:** Bu soruyu nasıl çözdüğünü açıklar mısın?

**Ahmet:** Şekil iki boyutlu verilmiş önce bunun üç boyutlu nasıl görüneceğini düşündüm...

**Araştırmacı:** Biraz daha açıklayabilir misin?

**Ahmet:** Öncelikle şekle kuş bakışı baktığımı hayal ettim. Bu durumda cisim sadece sağ tarafında iki küp diğer taraflarında birer küp olacağı hemen aklımda belirdi. Şekle baktığım köşede (arka-sağ taraftan) önde bir küp arkada iki küp üst üste dizili olması gerekliydi. Ayrıca oluşan şeklin ön tarafında olan küp baktığım konumdan görünmeyecekti.

**Araştırmacı:** Peki bunu nasıl fark ettin?

**Ahmet:** Çünkü şekli hayal etmeye çalıştım ve söylenen konuma geçtiğimizi düşündüm üst üste konmuş iki küp arkadakinin görünümü engelleyecek ve sanki cisimde yok gibi görünecek. Kâğıda da bu zihnimde beliren durumu çizmiştim...

Ahmet’in cismi bir bütün olarak hayal ettiği; zihninde parçalamadan ya da herhangi bir referans noktası kullanmadan çözüm yaptığı anlaşılmaktadır. İlk olarak problemde verilmiş olan iki boyutlu şeklin üç boyutlu cisme dönüşmüş halini zihninde canlandığı, ardından ise istenen yönden bakıldığında bu üç boyutlu yapının nasıl görüneceğini, hangi küplerin nasıl konumlanacağını tasavvur



ettiği anlaşılmaktadır. Diğer grupta bu stratejiyi kullanan iki öğrenciden biri başarısız olmuştur. Referans noktası kullanarak çözüm yapanların ise tamamı başarısız olmuşlardır. Bunları temsilen Leyla adlı öğrenci ile yapılan mülakattan bir alıntı sunulmuştur. **Diyalog 13:**

**Araştırmacı:** Soruda çözüm için dikkatini çeken yer neresiydi?

**Leyla:** Ben 2 yazılı küpe baktım sanırım orası dikkatini çekmiş...

**Araştırmacı:** Peki bunu çözüme nasıl uyguladın?

**Leyla:** Şekle baktığımda ikili küpün yani yüksek tarafın bizim baktığımız yerde olması gerekli diye düşündüm...

**Araştırmacı:** Soruda arka sağ demiş ama...

**Leyla:** Olsun biz şeklin üst tarafında oluyoruz oradan da bakılsa bizim tarafımızda görünür bence... [Burada Leyla'nın istenilen perspektiften bakamadığı anlaşılıyor]

**Araştırmacı:** Peki nasıl sonuca vardın?

**Leyla:** Dediğim gibi ikili küpe baktım şıklarda bu iki küpün üst üste olduğu durum A ve B şikkında vardı. B şikkında arkadaki küp görünmüyordu... [Öğrenci burada ön taraftaki bir küpten bahsediyor]. Cevap olarak A şikkı daha doğru bir seçenek geldi bana.

Öğrencinin çözüm sürecinde cismin üst-üste iki tane küp bulunan kısmını referans olarak kullandığı, bu referans noktasını seçeneklerdeki durumlarla karşılaştırarak sonuca ulaşmaya çalıştığı gayet açıktır. Şekle yanlış bir perspektiften baktığı için de soruyu yanlış cevaplamıştır.

Bu alt alanda zengin bulgular üreten bir diğer soru ise '*Küp Sıralama*' sorusudur. Bu sorunun çözümü için birim küplerin çıkarılması ile oluşan yeni cismin görünümünün zihinde canlandırması gerekmektedir. Mülakat öğrencilerinin tamamı bütüncül yaklaşımla çözüm yapmaya çalışmışlardır. Üstün zekâlıların tamamı başarılı olurken normal zekâlıların yarısından fazlası başarısız olmuştur. Bu durumu örneklemesi açısından sorunun çözümünde başarısız olan Beyza isimli öğrenci ile yapılmış mülakattan bir kesit sunulmuştur. **Diyalog 14:**

.....

**Araştırmacı:** Nasıl çözdün peki?

**Beyza:** Hangi birim küp çıktığında şeklin yapısı değişmez diye düşündüm ve tek tek küplerin çıkmış hallerini zihnimde canlandırmaya odaklandım...

**Araştırmacı:** Peki hangi seçeneği işaretledin?

**Beyza:** Ben 3 numaralı küpü düşündüm cevap olarak; yani C şikkını işaretledim...

**Araştırmacı:** Neden böyle düşündün, açıklar mısın?

**Beyza:** Çünkü diğer küpler cismin köşesi ve kenarlarının üstünde olduğu için zihnimde bu küplerin yerinden çıkarılacağını hayal edince büyük olan küpün yapısında değişiklik olacağını düşündüm. ...

Diyalogdan öğrencinin bir referans noktası kullanmadığı, bütüncül yaklaşım sergilediği, zihninde yaptığı canlandırmalarda köşe ve kenarlarındaki numaralı küplerin cisimden çıkarılması durumunda verilen cismin yüzey alanının değişeceğini düşündüğü anlaşılmaktadır. Yaptığı açıklamalardan bütüncül yaklaşımı kullanmada öğrencinin yetersiz kaldığı anlaşılmaktadır.

### TARTIşMA VE SONUÇ

Genel olarak araştırma sonuçları uzamsal görselleştirme, uzamsal ilişki ve uzamsal yönelim alanlarıyla alakalı problemlerin çözümünde üstün zekâlı öğrencilerin akranlarına kıyasla daha başarılı olduklarını göstermektedir. Araştırmanın ortaya koyduğu en önemli sonuç ise üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler arasındaki temel farkın işe koşulan düşüncenin niteliğiyle alakalı olduğu gerçeğidir. Normal zekâlıların verilen şeklin/cismin kritik noktaları ve yüzeyleri üzerindeki desenler türünden referans noktalarına yoğunlaştıkları, düşüncenin objesi olarak bu noktaları kullandıkları ve prosedürel yaklaşımlar içeren çözümler yaptıkları görülmektedir. Üstün zekâlıların ise genel olarak verilen şekli/cismi zihinlerinde bir bütün olarak canlandırabildikleri ve bu bütünü istenilen süreçler içerisinde tek bir matematiksel obje gibi kullanabildikleri görülmektedir.

Nicel bulgular uzamsal düşüncenin tüm alt alanlarında üstün zekâlı öğrencilerin akranlarına kıyasla daha başarılı olduğunu göstermektedir. Bu sonuçlar Özyaprak (2012) tarafından paylaşılan araştırma sonuçlarını desteklemektedir. Bu sonuçlardan hareketle, üstün zekâlı öğrencilerin normal zekâlılara kıyasla uzamsal düşünme yetenekleri bakımından daha başarılı olduklarını söyleyebiliriz. Gruplar arasındaki bu başarı farkı Gardner'ın (1983) uzamsal düşünebilme yeteneğinin üstün zekâlılığı yordayan temel faktörlerden bir tanesi olduğu tezini desteklemektedir. Üstün zekâlı bireylerin zihinden rotasyon, zemin-şekil ilişkisi kurma, sanal bir cisim zihinde canlandırma ve perspektif gibi uzamsal zekâ ile alakalı zihinsel yetenekler açısından yaşlıtlarından ileri oldukları belirtilmektedir (Eliot & Smith, 1983). Eldeki çalışmada söz konusu bu yetenek alanlarıyla alakalı kullanılan tüm sorularda üstün zekâlıların daha başarılı oldukları ve işe koştukları düşüncenin niteliğinin daha üst düzey olduğu görülmüştür. Ayrıca, üstün zekâlıların akranlarına kıyasla başarı üstünlüğü devam etmekle birlikte her iki grubunda üç boyutlu cisimler üzerinden uzamsal düşüncenin yürütülmesi sürecinde zorlandıkları görülmektedir. Bu manada ulaşılan sonuçlar iki boyutlulara kıyasla üç boyutlu geometrik yapıların zihinde manipüle edilmesinin daha zor olduğu (Gardner, 1983) gerçeğini bir kez daha kanıtlar niteliktedir. Bunun yanı sıra, ortaokul matematik ders programlarında ve sınıf içi öğretimlerde üç boyutlu cisimler ile alakalı etkinlik ve uygulamalara giderek daha az yer verilmesini bu başarı düşüklüğünün bir diğer sebebi olarak belirtmek isteriz.

Nitel verilerin analizinden elde edilen sonuçlar gruplar arasındaki başarı farkının en temelde soruların çözümünde işe koşulan düşüncenin niteliği ile alakalı olduğunu göstermektedir. Düşüncenin niteliği ise kullanılan stratejiler üzerinden kendini göstermektedir. Uzamsal düşüncenin alt bileşenlerinden *uzamsal görselleştirme* ile alakalı problemlerin çözümünde grupların kullandıkları strateji türleri bakımından ciddi biçimde farklılaştıkları görülmektedir. Üstün zekâlı öğrencilerin büyük çoğunluğunun bütüncül yaklaşım stratejisiyle çözüm yaptığı, yaklaşık dörtte birinin ise referans noktası kullandığı görülmektedir. Ayrıca bu gruptaki öğrencilerin simetri eksenini alma ve farklı matematiksel yaklaşımları işe koşarak problemlere çözüm aradıkları dikkatleri çekmektedir. Çok daha önemlisi ise yaptıkları çözümlerin neredeyse tamamında başarılı oldukları görülmektedir. Buna karşın normal zekâlı gruptakilerin büyük çoğunluğunun referans noktası kullanma stratejiyle çözüm yaptığı, az sayıda öğrencinin bütüncül yaklaşım sergilediği, yaptıkları çözümlerde ise başarı oranlarının üstün zekâlılara kıyasla çok daha düşük olduğu görülmektedir. Bu sonuçlar üstün zekâlı öğrencilerin uzamsal görselleştirme problemlerini daha fazla sayıda ve çeşitlilikte strateji kullanarak çözdüklerini açıkça ortaya koymaktadır. Üstün zekâlıların simetri eksenini ve üslü sayı düşüncesi gibi farklı alanlardan edindikleri bilgilerden yararlanarak aykırı çözümler yapmaları yaratıcılıklarının bir göstergesi olarak yorumlanabilir. Bu sonuçların önceki araştırmacılar tarafından paylaşılan bulgularla paralellik arz ettiğini belirtmek isteriz (Clark, 2002; Çağlar, 2004; Silverman, 1993).

*Uzamsal görselleştirme* alt alanındaki soruların çözümünde her iki grup tarafından sık kullanılan stratejiler *bütüncül yaklaşım* ve *referans noktası kullanma* stratejilerini içermektedir. Ancak, bu stratejileri tercih noktasında grupların ciddi manada ayrıştıkları görülmektedir. Üstün zekâlı öğrenciler ağırlıklı olarak bütüncül yaklaşım stratejisini (25 çözümden 14'ünde), normal zekâlıların ise referans noktası alma stratejisini (25 çözümden 18'inde) tercih etmişlerdir. İçerdiği düşüncenin niteliği açısından bütüncül yaklaşım stratejisinin literatürde tarif edilen uzamsal düşünceyi tam olarak karşıladığını söyleyebiliriz. Çünkü bu stratejiyi kullanan öğrencilerin verilen şekli/cismi zihinlerinde bir bütün olarak canlandırabildikleri, herhangi bir yardımcı unsura (köşe, kenar, yüzey, yüzeyler üzerindeki desenler, vs. gibisinden referans noktaları) ihtiyaç duymadan bu zihinsel yapıları istenilen süreçler içerisinde tek bir matematiksel obje gibi kullanabildikleri görülmüştür. Bu strateji kapsamında uzamsal düşüncenin tam olarak işe koşulduğu açıktır. Bütüncül yaklaşım stratejisini kullanan üstün zekâlı öğrencinin tamamı bu yaklaşımı başarılı bir şekilde uygularken aynı stratejiyle çözüm yapmaya çalışan normal zekâlı öğrencilerin yarısına yakınının başarısız olduğunu hatırlatmak isteriz. Ayrıca, üç boyutlu bir cismin yüzeylerinin hareketinin tespitini içeren soruların çözümünde (*küp kapama sorusu*, *prizma kapama sorusu*) normal zekâlı öğrencilerin toplamda sadece bir defa bütüncül yaklaşım stratejini kullanmaları dikkat çeken bir durumdur. Bu sonuçlar normal zekâlı öğrencilerde uzamsal düşüncenin gelişmemiş olduğuna işaret etmektedir. Bu durum nitel bulgularda çok daha açık bir şekilde görülmektedir. Örneğin, mülakat öğrencilerinden Arif üç boyutlu cisim zihninde canlandırmaya çalıştığını ancak başarısız olduğunu, bu nedenle de cismin yüzeyleri üzerindeki

desenleri referans alıp buradan hareketle cismin kapanmış halini bulmaya çalıştığını ifade etmektedir. Mülakat ğrencileri tarafından bütüncül yaklaşım stratejisinin en çok kullanıldığı soru iki boyutlu bir şeklin parçalarının tespitini içeren *parça bütün ilişkisi* problemidir. Bu problemi bütüncül yaklaşım stratejisiyle çözmeye çalışan normal zekâlı öğrencilerin beşte üçü başarılı olurken üstün zekâlıların tamamının başarılı olduğu görölmektedir. Yukarıda da değinildiği üzere bu sonuçlar öğrencilerin, üç boyutlu cisimlere kıyasla iki boyutlu şekilleri zihinlerinde canlandırmada ve bu sanal yapılar üzerinde istenilen işlemleri uygulamada daha az zorlandıklarına işaret etmektedir.

Üstün zekâlılar bütüncül yaklaşımı tercih ederken normal zekâlılar ağırlıklı olarak referans noktası stratejisiyle özömler yapmışlardır. Bu strateji, verilen bir şeklin/cismin köşesi, kenarı, bir yüzü veya yüzleri üzerindeki desenler gibisinden kritik noktaları referans olarak bunlar aracılığıyla çözüm sürecinin aşamalı bir şekilde işletilmesini içermektedir. Bu stratejide, cismin veya şeklin tamamını zihinde canlandırma ve istenilen süreçler içerisinde tek bir matematiksel nesne gibi kullanabilme söz konusu değildir. Sonuçlara baktığımızda normal zekâlı öğrencilerin referans noktası kullanma stratejisini özellikle *küp kapama* ve *prizma kapama* sorularında yoğun bir şekilde kullandıkları görölmektedir. Matematiksel yapısı gereği bu problemler söz konusu geometrik yapıların zihinde bir bütün olarak inşasını ve bunlar üzerinden istenilen işlemlerin yürütölmesini gerekli kılmaktadır. Bu zihinsel yeterliği gösteremeyen öğrencilerin referans noktası kullanarak çözüm yapmayı tercih ettikleri ğrenci mülakatlarından açıkça anlaşılmaktadır.

Araştırmanın ortaya koyduğu bir başka önemli sonuç ise üstün zekâlı öğrencilerin özđün yaklaşımlarla çözüm yapabildikleri hususudur. Uzamsal görselleştirme sorularının çözümünde kimi üstün zekâlı öğrencilerin simetri eksenini ve üslü sayı düşöncelerinden yararlandıkları görölmektedir. Simetri eksenini kullananların şekil/cisim üzerinde yatay/dikey eksenler çizdikleri veya bir noktayı simetri eksenini olarak belirledikleri ve bu eksenleri temel olarak açma/kapama işlemini zihinlerinde yaptıkları görölmektedir. Bu strateji çerçevesinde işe koşulan düşöncenin niteliğinin, bütüncül yaklaşım kapsamında kullanılan düşöncenin kalitesiyle aynı olduğu söylenebilir. Çünkü bu stratejide, simetri eksenini sadece şeklin/cismin bütünü üzerinde daha etkili zihinsel operasyonlar (açma-kapama işlemleri) yapabilmek adına yararlanılan ve ğrenci tarafından sürece dâhil edilmiş (şeklin/cismin kendisine ait olmayan) bir enstrümandır. Matematiksel yaklaşım kategorisi altında değeriendirilen özömlerde ise üstün zekâlı öğrencilerin küpün birim parçalarını hesaplarırken ve katlanan bir kâğıdın delinmesi neticesinde kâğıt üzerinde oluşan deliklerin sayısını bulurken üslü sayı ve geometrik dizi düşöncelerinden yararlandıkları görölmektedir. Uzamsal düşünce gerektiren soruları özöerken destekleyici unsur olarak farklı düşöncelerden yararlanmaları üstün zekâlı öğrencilerin matematiksel düşönceleri ilişkilendirerek kullanabildiklerinin; yani, yatay bilgi transferleri yapabildiklerinin açık bir göstergesidir. Bu sonuçlar üstün zekâlı öğrencilerin farklı zekâ alanlarını işe koşmada daha başarılı olduklarını göstermektedir. Dolayısıyla Gradner'ın (1983, s. 252) '*bireyin zekâ türleri arasında*

*geçişler yaparak birbirleri ile ilişkilendirmesi, bireyin üst düzey zihinsel becerilere sahip olduğunun göstergesidir'* fikrini desteklemektedir.

*Uzamsal İlişki* alt alanındaki soruların çözümünde gruplar arasındaki başarı farkının daha da açıldığı görülmektedir. Bu alandaki sorular için yapılan çözümlerde üstün zekâlıların bir kez başarısız olurken normal zekâlıların yarıya yakını başarısız olmuştur. Bu sonuçlar üstün zekâlı öğrencilerin cismin/şeklin yer değiştirmiş veya dönmüş hallerini bulma konusunda akranlarına kıyasla daha yetenekli olduklarına ilişkin önceki araştırma sonuçlarını desteklemektedir (Özyaprak, 2012). Başarının yanı sıra kullanılan stratejiler konusunda da gruplar arasında ciddi bir ayrışma söz konusudur. Mülakat sonuçlarına göre her bir grup bu alandaki sorular için toplam 25 çözüm üretmiştir. Üstün zekâlılar 25 çözümün 15'inde bütüncül yaklaşım sergilerken normal zekâlılar 11 çözümde bu stratejiyi kullanmıştır. Normal zekâlı öğrencilerin bütüncül yaklaşım stratejisiyle yaptıkları 11 çözümün 8'inde başarısız olmaları kayda değer bir durumdur. Bütüncül yaklaşım sergileyen üstün zekâlı öğrenciler iki farklı yol izledikleri görülmektedir. Bazı öğrencilerin soruda verilen şekli zihinlerinde tek bir obje olarak canlandırıp bunlar üzerinden çevirme işlemlerini yaptıkları, diğer bazılarının ise seçeneklerde verilen bütünlerden hareketle süreci geriye doğru işleterek sonuca ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür. Her iki yaklaşımda da öğrenciler herhangi bir referans noktası kullanmadan, şeklin tamamına yoğunlaşmış bir bütün olarak zihinlerinde çevirmişlerdir. Bu sonuçlar üstün zekâlı öğrencilerin uzamsal düşüncenin özünden taviz vermeden farklı yaklaşımları işe koşarak çözüm yollarını çeşitlendirebildiklerini göstermektedir. Referans noktası alma stratejisini işe koşan öğrenciler şeklin üzerindeki görsel elemanlardan yararlanarak döndürme işlemlerini yapmışlar ve döndürme neticesinde bu elemanların alacakları konumlarla seçeneklerde verilenler arasında ilişkiler kurarak doğru yanıt bulmaya çalışmışlardır. Her iki grubun bu stratejiyi kullanma sıklıkları birbirine yakın olsa da niteliksel açıdan farklılaştığı da bir gerçektir. Üstün zekâlılar, birden fazla referans noktası kullanarak soruyu çözmeye çalışırken, normal zekâlı öğrencilerin genellikle tek bir noktayı referans alarak çözüm yapmaya çalıştıkları görülmüştür. Bu durum, üstün zekâlı öğrencilerin kullandıkları kritik noktaları birden fazla seçerek düşüncelerinin doğruluğunu kanıtlamaya çalıştıkları şeklinde yorumlanabilir. Ayrıca, üstün zekâlı öğrencilerin aynı anda birden çok elemanla işlem yapabilecek yeterlikte olduklarının bir göstergesi olarak da değerlendirilebilir. Referans noktası kullanma stratejisinin en çok tercih edildiği problemler iki boyutlu şekillerin döndürülmesini içeren *iki boyutlu üç elemanlı şekil çevirme sorusu* ve *iki boyutlu dört elemanlı şekil çevirme sorusu* olmuştur. Bu durum ise şeklin yüzeyindeki elemanların çözüm sürecinde kolaylık sağlıyor olması öğrencilerin strateji tercihlerini etkilediği şeklinde yorumlanabilir.

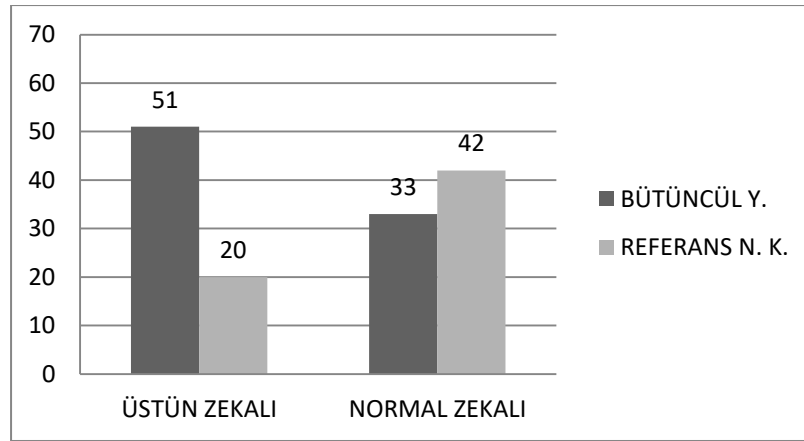
Üstün zekâlı öğrencilerin *uzamsal yönelim* alt alanındaki beş farklı soru için üretmiş oldukları 25 farklı çözümün tamamında başarılı olurken normal zekâlıların 25 çözümün 10'unda başarısız olduğu görülmektedir. Yaptıkları çözümlerde üstün zekâlı grup 22 defa bütüncül yaklaşım ve 3 defada referans noktası alma stratejisini kullanırken normal zekâlılar 15 defa bütüncül yaklaşım ve 10 defada

referans noktası alma stratejisini işe koşmuştur. Bütüncül yaklaşım stratejisini kullanan öğrenciler bir cismin istenilen perspektiften görüntüsünü bütün olarak hayal etmeye çalışmışlardır. Bütüncül yaklaşımın en çok tercih edildiği problemler ise *küp sıralama*, *iki boyutlu şekilden üç boyutlu perspektif oluşturma* ve *arakesit oluşturma* problemleri olmuştur. Bu problemlerde, verilmeyen üç boyutlu cisimlerin öğrenciler tarafından oluşturulması ve istenen perspektiflerde nasıl bir görünüme sahip olduğunun zihinde canlandırılması bütüncül yaklaşımın niteliği ile örtüştüğünden öğrencilerin bu stratejiyi yoğun olarak tercih ettikleri düşünülebilir. Bu noktada normal zekâlı öğrencilerin yaptıkları 10 başarısız çözümün 7 tanesinin uzamsal yönelim alt alanındaki problemlerde ortaya çıktığını not etmek isteriz. Bu durum normal zekâlılarda uzamsal düşünebilme yeteneğinin tam olarak gelişmediği şeklinde yorumlanabilir. Bu alandaki soruların çözümünde referans noktası kullanma stratejisi, verilen cisimler üzerinde kritik noktaların belirlenmesi ve cisimlere farklı bir perspektiften bakılması durumunda bu noktaların yeni konumlarının tespit edilmesi şeklinde işletilmiştir. Normal zekâlı öğrencilerin bu strateji yoğun olarak *üç boyutlu cismin farklı yönlerden görüntüsünü hayal etme*, *üç boyutlu cisme tepeden bakarak iki boyutlu görünümünü tespit etme* ve *iki boyutlu şekilden üç boyutlu perspektif oluşturma* sorularının çözümünde tercih ettikleri görülmektedir. Doğru yanıtı elde etmiş olsalar da bu stratejiyi kullanan öğrencilerin aslında verilen cisimlerin istenilen yönden perspektiflerini zihinlerinde canlandıramadıkları, sadece cisimler üzerinde belirledikleri noktaların perspektiflerini hayal ettikleri anlaşılmaktadır. Bu durum mülakata katılan Leyla isimli öğrenci tarafından açıkça ifade edilmektedir.

Özetle, araştırma sonuçları uzamsal düşünce gerektiren soruların çözümünde öğrencilerin ağırlıklı olarak bütüncül yaklaşım ve referans noktası kullanma stratejilerini tercih ettiklerini göstermektedir. Buraya kadar yapılan izahlardan söz konusu stratejiler arasında içerdikleri düşüncenin niteliği açısından ciddi bir farkın olduğu açıkça anlaşılmaktadır. Bütüncül yaklaşım, soruda verilen şeklin/cismin görüntüsünü zihinde inşa edebilme; açma-kapama, döndürme ve farklı perspektifler altında görüntülerini tespit etme gibi işlemleri bu bütün üzerinde uygulayabilme yeteneğini içermektedir. Bu bilişsel yeterliğe sahip olanların kafalarında canlandırdıkları geometrik yapılar üzerinde tam bir zihinsel hâkimiyetlerinin olduğu söylenebilir. Bu zihinsel hâkimiyet söz konusu sanal yapıları tek bir matematiksel nesne gibi yeni süreçler içerisinde kullanabilmeye imkân vermektedir. Referans noktası kullanma stratejisinin ise böyle bir zihinsel yeterliği içermediği gayet açıktır. Bu stratejiyi kullanan öğrencilerin verilen şekiller/cisimler üzerindeki kritik noktalar yardımıyla çözüm sürecini aşamalı bir şekilde işletme ihtiyacı duydukları açıkça anlaşılmaktadır. Burada matematiksel bir sürecin işletilmesinde cebirsel ifadeler ve formüllere duyulan zihinsel bağımlılık gibi bir durum söz konusudur. Uzamsal düşünce, bir cismin yokluğunda dahi onu zihinde inşa edebilmeyi, adeta tek bir nesneymişçesine bu bilişsel yapı üzerinde zihinsel operasyonlar yapabilmeyi gerektirir (Linn & Petersen, 1985; Lohman, 1996; Strong & Smith, 2001). Bu açıdan, eldeki çalışmada ortaya çıkan bütüncül yaklaşım stratejisinin, içediği düşüncenin niteliği bakımından uzamsal düşünebilme

yeteneğinin esasını ve özelliklerini karşıladığını söyleyebiliriz. Referans noktası kullanma stratejisi doğru sonuca götürse de içerdiği düşüncenin niteliği bakımından uzamsal düşünebilme yeteneğinin esasını karşılamamaktadır. Araştırma sonuçları üstün zekâlı öğrencilerin bütüncül yaklaşımı kullanma noktasında normal zekâlılara kıyasla çok daha başarılı olduklarını, dolayısıyla da uzamsal düşünebilme yetenekleri açısından akranlarına kıyasla çok daha yetenekli olduklarını açıkça göstermektedir.

Yapılan alan yazın taraması neticesinde öğrencilerin uzamsal düşünebilme yeteneklerinin incelendiği çalışmalarda (Battista, 1990; Battista, Wheatley & Talsma,1982; Dokumacı Sütçü, 2019; Markey, 2009; Papic, Mulligan & Mitchelmore, 2011; Pittalis & Christou, 2010; Seng & Chan, 2000; Olkun & Altun, 2003; Owens & Outhred, 2006; Warren & Cooper 2008) genellikle nicel metotların ve çoktan seçmeli uzamsal yetenek testlerinin kullanıldığını görmekteyiz. Nicel metotlar ve veri toplama araçları ile yapılan çalışmalarının uzamsal düşünebilme yeteneğinin gelişimi, ulaştığı seviye ve süreçte işe koşulan düşüncenin niteliği hakkında aydınlatıcı bulgular üretmesi oldukça güç görünmektedir. Çünkü eldeki çalışmanın sonuçları öğrencilerin uzamsal düşünce gerektiren problemleri prosedürel yaklaşımlar içeren referans noktası kullanma stratejisiyle çözebileceklerini; ancak bunun uzamsal düşünebilme yeteneklerinin geliştiği manasına gelmeyeceğini göstermektedir. Bu noktada strateji kullanımıyla alakalı araştırma sonuçlarını tekrardan paylaşmak faydalı olacaktır. Uzamsal görselleştirme, uzamsal ilişki ve uzamsal yönelim alt alanlarındaki problemlerin (her bir alt alanda beş olmak üzere toplamda 15 soru) çözümünde gruplarca kullanılan bütüncül yaklaşım ve referans noktası kullanma stratejilerine ilişkin frekans değerleri aşağıda grafikte görülmektedir. Üstün zekâlılarca simetri eksen ve üslü sayı düşünceleri kullanılarak yapılan 4 çözüme grafikte yer verilmemiştir.



**Grafik 1.** Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin kullandıkları stratejilere ilişkin frekans değerleri (n=75).

Grupların bütüncül yaklaşım ve referans noktası stratejilerini tercih noktasında bariz bir şekilde ayrıştıkları görülmektedir. Üstün zekâlılar büyük oranda bütüncül yaklaşım stratejisini tercih ederken normal zekâlıların referans noktası alma stratejisini daha çok kullandıkları görülmektedir. Çok daha önemlisi ise üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin bütüncül yaklaşım stratejisini kullanmadaki

başarıları arasındaki farktır. Söz konusu stratejiyi tercih eden üstün zekâlıların nerdeyse tamamı başarılı olurken normal zekâlıların büyük çoğunluğunun başarısız olduğu görölmektedir. Daha önceleri de izah edildiği üzere bütüncül yaklaşım bir geometrik şekli/cismi zihinde inşa edip bu bilişsel yapıyı yeni süreçler içerisinde tek bir nesne gibi kullanabilme yeteneğini içermektedir; dolayısıyla uzamsal düşüncenin esasını ve temel özelliklerini karşılayan bir stratejidir. Araştırmanın ortaya koyduğu tüm sonuçlar üstün zekâlıların bu zihinsel yeterliğe büyük oranda sahip olduklarını, normal zekâlıların ise geliştirme sürecinde olduklarını göstermektedir.

Sonuç olarak üstün zekâlı öğrencilerin uzamsal düşünme gerektiren problemlerin çözümünde daha başarılı oldukları, normal zekâlı öğrencilere kıyasla daha fazla sayıda strateji kullanabildikleri, şekli/cismi bütün olarak zihinlerinde canlandırıp bunlar üzerinden işlemler yapabildikleri, farklı zekâ alanları arasında ilişkiler kurarak problemlere özgün çözümler üretebildikleri görölmektedir. Normal zekâlı öğrencilerin ise şeklin veya cismin üzerindeki kritik noktalara odaklanarak prosedürel yaklaşımlarla çözümler yapmaya çalıştıkları; üst düzey düşünme becerisi gerektiren bütüncül yaklaşım stratejisini kullanmada ise ciddi zorluklar yaşadıkları görölmektedir. Araştırma sonuçlarından hareketle referans noktası kullanma stratejisinin uzamsal düşüncenin gelişimi için imkân sunduğu ancak söz konusu düşüncenin gelişimiğinin göstergesi olarak kabul edilemeyeceği hususunun altını çizmek isteriz. Bu çalışma farklı düzeylerde de olsa her grup öğrencinin de uzamsal düşüncenin işletilmesi sürecinde sorunlar yaşadıklarına ilişkin bulgularda ortaya koymuştur. Yaşanan bu zorlukların ders programı ve sınıf içi öğretimlerle ilişkisinin olması kuvvetle muhtemeldir. Bu nedenle, matematik ders programlarında ve sınıf içi öğretimlerde öğrencilerin uzamsal düşünme yeteneklerini destekleyecek uygulama ve etkinliklere yer verilmesi öneri olarak sunulabilir. Ayrıca, uzamsal düşüncenin yapısı, bu düşünce türünün gelişimini desteklemek için yapılabilecek etkinlikler, uzamsal düşünme gerektiren soruların çözümünde kullanılacak stratejiler ve bu alanda öğrencilerin yaşadıkları zorluklar gibisinden farklı alanlarda mesleki gelişimlerini desteklemek adına matematik öğretmenlerine yönelik çalışmaların yapılması da bir başka öneri olarak sunulabilir. Unutmamak gerekir ki uzamsal yetenek hayatın her alanında aktif olarak kullanılan bir düşünce türüdür. Kapsamı okul matematiği konularıyla sınırlandırılmış çoktan seçmeli uzamsal yetenek testleri ile öğrencilerin başarılarını ölçmek mümkün olsa da bu alanda sahip oldukları düşüncenin niteliği hakkında derinlemesine analizler yapmak oldukça güçtür. Bu nedenle, mimari ve güzel sanatlar gibi bilim dallarından ve gerçek yaşamdan sıra dışı problemlerin kullanıldığı çok daha nitel karakterli yeni araştırmalara ihtiyaç olduğunu belirtmek isteriz.

#### KAYNAKÇA

Battista, M. (1999). Fifth graders' enumeration of cubes in 3D arrays: Conceptual progress in an inquiry-based classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(4), 417-448.



- Battista, M. (2003). Understanding students' thinking about area and volume measurement. In D. H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement* (pp. 122-142). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Battista, M. T. (1990). Spatial visualization and gender differences in high school geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), 47-60.
- Battista, M., Wheatley, G., & Talsma, G. (1982). Spatial visualization, formal reasoning, and geometric problem solving strategies of preservice elementary teachers. *Focus on Learning Problems in Mathematics* 11(4), 17-30.
- Bishop, A.J. (1980), Spatial abilities and mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 257- 269,
- Carroll, J. B. (1993). *Human cognitive abilities: A survey of factor-analytic studies*. New York: Cambridge University Press.
- Clark, B. (2002). *Growing up gifted: Developing the potential of children at home and at school*. New Jersey: Pearson Education.
- Clements, D.H., & Battista, M.T. (1992). *Geometry and spatial reasoning*. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp: 420-464). New York: Macmillan Publishing Company.
- Çağlar, D. (2004). *Üstün zekâlı çocukların özellikleri*. R. Şirin, A. Kulaksızoğlu ve A. E. Bilgili (Ed.), *Üstün yetenekli çocuklar: Seçilmiş makaleler kitabı*. İstanbul: Çocuk Vakfı Yayınları.
- Çakmak, S. (2009). *An investigation of the effect of origami-based instruction on elementary students's spatial ability in mathematics*. Yüksek lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Dokumacı Sütçü, N. (2019). Öğretmen adaylarının uzamsal yetenek ve uzamsal yetenek öz-değerlendirmeleri arasındaki ilişki. *Mediterranean Journal of Educational Research*, 13(29), 296-315.
- Dokumacı Sütçü, N., & Oral, B. (2018a). Uzamsal ilişkiler testinin geliştirilmesi: geçerlik ve güvenirlik çalışmaları. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(4), 2011-2032.
- Dokumacı Sütçü, N., & Oral, B. (2018b). Uzamsal yönelim testinin geliştirilmesi: geçerlik ve güvenirlik çalışmaları. *Middle East Journal of Education*, 4(1), 1-12.
- Dokumacı Sütçü, N., & Oral, B. (2019). Uzamsal görselleştirme testinin geliştirilmesi: geçerlik ve güvenirlik çalışmaları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 27 (3), 1179-1195.
- Dursun, Ö. (2010). *The relationships among preservice teachers spatial visualization ability, geometry self-efficacy, and spatial anxiety*. Yüksek lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Ekstrom, R. B., French, J. W., & Price, L. A. (1963). *Kit of reference tests for cognitive factors*. Princeton, NJ: Educational.
- Eliot, J. C., & Smith, I. M. (1983). *An international directory of spatial tests*. Windsor England: NFER-Nelson.
- Friedman, L. (1995). The space factor in mathematics: Gender differences. *Review of Educational Research*, 65(1), 22-50.
- Gardner, H., (1983). *Zihin çerçeveleri - Çoklu zekâ kuramı*, (Çev.: E. Kılıç). Ankara: Alfa Yayınları.

- Guay, R. B. (1977). *Purdue spatial visualisation test: Rotations*. West Lafayette: Purdue Research Foundation.
- Hegarty, M., & Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 91(4), 684-689.
- Hegarty, M., & Waller, D. A. (2005). Individual differences in spatial abilities. In P. Shah & A. Miyake (Eds.), *The Cambridge handbook of visuo-spatial thinking*. Cambridge: Cambridge University Press.
- JobTestPrep. (1992). Verbal reasoning test. <https://www.jobtestprep.co.uk/free-verbal-reasoning-test>, (20 Ocak 2016' tarihinde erişilmiştir).
- Kimura, D. (1999). *Sex and cognition*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in scholl children*. Chicago: University of Chicago Press.
- Linn, M. C., & Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of sex differences in spatial ability: A-Meta analysis. *Child Development*, 56, 1479-1498.
- Lohman, D. (1988). Spatial abilities as traits, processes and knowledge. In R. J. Sternberg (Ed.), *Advances in the psychology of human intelligence* (vol. 4; pp. 181-248). New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Lohman, D. F. (1996). *Spatial ability and g*. In I. Dennis & P. Tapsfield (Eds.), *Human abilities – Their nature and measurement*, New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Lord, T. R. (1985). Enhancing the visul-spatial aptitude of students. *Journal of Research in Science Teaching*, 22, 395-405
- M.E.B. (1998). *O.K.S. (Ortaöğretim kurumları seçme ve yerleştirme sınavı)*. [http://www.ozeldersbu.com/oks\\_sorulari/Ook1998Test\\_Key.pdf](http://www.ozeldersbu.com/oks_sorulari/Ook1998Test_Key.pdf). (20 Ocak 2016 tarihinde erişilmiştir).
- M.E.B. (2010). *S.B.S. (Seviye belirleme sınavı matematik soruları)*. [http://www.meb.gov.tr/duyurular/duyurular2010/EGITEK/SBS2010/sbs2010\\_8a.pdf](http://www.meb.gov.tr/duyurular/duyurular2010/EGITEK/SBS2010/sbs2010_8a.pdf). (20 Ocak 2016 tarihinde erişilmiştir).
- M.E.B. (2011). *S.B.S. (Seviye belirleme sınavı matematik soruları)*. [http://www.meb.gov.tr/duyurular/duyurular2011/EGITEK/SBS2011/sbs2011\\_8a.pdf](http://www.meb.gov.tr/duyurular/duyurular2011/EGITEK/SBS2011/sbs2011_8a.pdf). (20 Ocak 2016 tarihinde erişilmiştir).
- Markey, S. M. (2009). *The relationship between visual-spatial reasoning ability and math and geometry problem-solving*. Unpublished Dissertation Theses. American International College, United States.
- Marland, S. P. Jr. (1972). *Education of the gifted and talented*, Vol 1. Report to the Congress of the United States by the US Commissioner of Education. Washington, DC, US Government Printing Office.
- McGee, M.G. (1979). Human spatial abilities: psychometric studies and environmental, genetic, hormonal and influences. *Psychological Bulletin*, 86(5), 889-918.
- Middaught, D. J. (1980). *Spatial ability and its relationship to the mathematical performance of adolescents*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Kent State Universty.
- Miles, M., & Huberman, A. (1994) *An Expanded Source Book: Qualitative data analysis*. Thousand Oaks: Sage.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia.

- Newton, P., & Bristol, H. (2015). *Spatial ability practice test 1*. <http://stelar.edc.org/sites/stelar.edc.org/files/Spatial%20Ability%20Practice%20Test%201.pdf> (25 Ocak 2016 tarihinde erişilmiştir).
- Odell, R. L. (1993). *Relationship Among Three Dimensional Laboratory Models, Spatial Visualization Ability, Gender and Earth Science Achievement*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, School of Education, Indiana University, Indiana.
- Olkun, S., & Altun, A. (2003). İlköğretim öğrencilerinin bilgisayar deneyimleri ile uzamsal düşünme ve geometri başarıları arasındaki ilişki. *The Turkish Online Journal of Educational Technology - TOJET*, 2(4), 82-91.
- Owens, K., & Outhred, L. (2006). The complexity of learning geometry and measurement. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 83-116). Rotterdam: Sense.
- Özyaprak M. (2012). Üstün zekâlı olan ve olmayan öğrencilerin görsel-uzamsal yeteneklerinin düzeylerinin karşılaştırılması. *Türk Üstün Zekâ ve Eğitim Dergisi*, 2(2), 137-153.
- Papic, M. M., Mulligan, J. T., & Mitchelmore, M. C. (2011). Assessing the development of preschoolers' mathematical patterning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(3), 237-268.
- Pittalis M., & Christou C. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. *Educational Studies in Mathematics*, 75, 191-212.
- Queendom (1996). *Scientifically developed and validated tests and quizzes*. [https://www.queendom.com/tests/access\\_page/index.htm?idRegTest=1120](https://www.queendom.com/tests/access_page/index.htm?idRegTest=1120), (25 Ocak 2016 tarihinde erişilmiştir).
- Renzulli, J. S. (1978). What makes giftedness? Reexamining a definition. *Phi Delta Kappan*, 60 (3), 180-184.
- Seng, S., & Chan, B. (2000). *Spatial ability and mathematical performance: gender differences in an elementary school*. National Institute of Education, Nanyang Technological University, Singapore.
- Silverman, L. (2002), *Upside-Down Brilliance*, Denver, CO, USA: De Leon Publishing Inc.
- Silverman, L. K. (1993). The quest for meaning: counseling issues with gifted children and adolescents. *Counseling Gifted ve Talented* (pp. 29-50). Colorado: Love Publishing Company.
- Strong, S., & Smith, R. (2001). Spatial visualization: Fundamentals and trends in engineering graphics. *Journal of industrial technology*, 18 (1), 1-6.
- Stumpf, H., & Eliot, J. (1999). A structural analysis of visual spatial ability in academically talented students. *Learning and Individual Differences*, 11(2), 137-152.
- Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı (TTKB). (2019). *İlköğretim matematik dersi 5-8 sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: Milli Eğitim bakanlığı.
- Thurstone, L.L. (1938). *Primary mental abilities*. Psychometric Monographs, (1. Press). Chicago: The University of Chicago Press.
- Warren, E., & Cooper, T. J. (2008). Generalising the pattern rule for visual growth patterns: actions that support 8 year olds' thinking. *Education Studies in Mathematics*, 67, 171-185.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods*. United Kingdom: Sage Publications Ltd.